



TECHNISCHE HOCHSCHULE MITTELHESSEN

**THM**

**CAMPUS  
GIESSEN**

**ME**

Maschinenbau  
und Energietechnik

## MASTERTHESIS

# Simulative und experimentelle Untersuchung der thermischen Prozesse eines sensiblen Hochtemperaturspeichers

Zur Erlangung des akademischen Grades

Master of Science (M.Sc.)

vorgelegt von

**Manuela Richter**

Matrikelnummer 5025488

Gießen, Januar 2020

**Erstprüfer:** Prof. Dr.-Ing. Stefan Lechner

**Zweitprüfer:** Dipl.Ing (FH) Florian Görig, M.Sc.

Technische Hochschule Mittelhessen

University of Applied Sciences

Fachbereich 03 - Maschinenbau und Energietechnik

Wiesenstraße 14

35390 Gießen

---

## **Eidesstaatliche Erklärung**

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe, dass alle Stellen der Arbeit, die wörtlich oder sinngemäß aus anderen Quellen übernommen wurden, als solche kenntlich gemacht und dass die Arbeit in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegt wurde.

Ort, Datum

Unterschrift

# Inhaltsverzeichnis

<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>I</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>IV</b>
<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>VI</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Forschungsprojekt . . . . .	1
1.2 Aufgabenstellung und Aufbau der Arbeit . . . . .	1
1.3 Bedarf an Energiespeichern . . . . .	2
<b>2 Theoretische Grundlagen</b>	<b>3</b>
2.1 Allgemeine Grundlagen der instationären Wärmeübertragung . . . . .	3
2.1.1 Definition und Arten der Wärmeübertragung . . . . .	3
2.1.2 Definition und Lösung der Fourier'schen Wärmeleitungsgleichung . . . . .	5
2.2 Grundlagen der Netzwerkberechnung . . . . .	10
2.2.1 Grundbegriffe der Graphentheorie . . . . .	10
2.2.2 Mathematische Beschreibung von Netzwerken . . . . .	12
2.2.3 Thermische Netzwerke . . . . .	14
2.3 Allgemeine Grundlagen der Messtechnik und Messdatenverarbeitung . . . . .	17
2.3.1 Temperaturmessung . . . . .	17
2.3.2 Strommessung . . . . .	18
2.3.3 Massenstrommessung . . . . .	19
2.3.4 Betrachtung der Messunsicherheit und Fehlerfortpflanzung . . . . .	20
2.4 Beschreibung des sensiblen Hochtemperaturspeichers . . . . .	21
2.4.1 Technologie Hochtemperaturspeicher . . . . .	21
2.4.2 Funktionsprinzip und technische Umsetzung des THM Speichersystems . . . . .	21
2.4.3 Konstruktiver Aufbau der Speichereinheit . . . . .	23
<b>3 Modellierung des Speichers</b>	<b>25</b>
3.1 Grundlagen der Modellierung . . . . .	25
3.1.1 Modellzweck . . . . .	25
3.1.2 Art der Modellierung . . . . .	25
3.1.3 Grenzen der Modellierung . . . . .	26
3.2 Evolution des Speichermodells . . . . .	26
3.2.1 Modell Beladungskanal . . . . .	26
3.2.2 Modell Kanalsegment . . . . .	27
3.2.3 Modell mit einer Festkörperschicht . . . . .	29

3.2.4	Modell mit mehreren Festkörperschichten . . . . .	30
3.2.5	Modell mit Isolierung sowie Luftsammler und Luftverteiler . . . . .	30
3.3	Aufbau und Formulierung als thermisches Netzwerk . . . . .	31
3.3.1	Einleitung . . . . .	31
3.3.2	Diskretisierung des Speichers . . . . .	31
3.3.3	Definition der Knoten . . . . .	34
3.3.4	Definition der Kanten . . . . .	39
3.3.5	Definition der Randbedingungen . . . . .	45
3.3.6	Bilanzierung . . . . .	46
3.3.7	Mathematische Formulierung . . . . .	47
3.3.8	Optimierung Speicherbedarf und Rechenaufwand . . . . .	52
<b>4</b>	<b>Entwicklung eines Simulationsprogramm</b>	<b>53</b>
4.1	Programmstruktur . . . . .	53
4.2	Pre-Processing . . . . .	54
4.2.1	Eingabewerte . . . . .	54
4.2.2	Erstellung Struktur . . . . .	56
4.3	Solution . . . . .	61
4.3.1	Initialisierung der Startwerte (Randbedingungen) . . . . .	61
4.3.2	Formulierung der Bilanzgleichung . . . . .	63
4.3.3	Berechnung . . . . .	64
4.4	Post-Processing . . . . .	67
4.4.1	Umrechnung Temperaturen . . . . .	67
4.4.2	Energiebilanz und Ausnutzungsgrad . . . . .	68
4.4.3	Diagramme . . . . .	69
4.4.4	Ausgabe . . . . .	71
<b>5</b>	<b>Simulative Untersuchung der thermischen Prozesse</b>	<b>72</b>
5.1	Übersicht . . . . .	72
5.2	Beladung . . . . .	73
5.2.1	Übersicht . . . . .	73
5.2.2	Einfluss der maximalen Speichertemperatur . . . . .	73
5.2.3	Einfluss der elektrischen Leistung . . . . .	75
5.2.4	Einfluss der anfänglichen Speichertemperatur . . . . .	77
5.2.5	Einfluss der Ausschaltzeit der Heizelemente . . . . .	78
5.2.6	Einfluss der Anzahl der Heizebenen . . . . .	80
5.2.7	Einfluss der Hysterese . . . . .	81
5.3	Stillstand . . . . .	83
5.3.1	Übersicht . . . . .	83
5.3.2	Einfluss der Isolierungsbegrenzung sowie Speichertemperatur . . . . .	83

5.3.3	Untersuchung des Langzeitverhaltens . . . . .	85
5.4	Entladung . . . . .	87
5.4.1	Übersicht . . . . .	87
5.4.2	Einfluss der Fluideintrittstemperatur . . . . .	87
5.4.3	Einfluss Fluidmassenstrom . . . . .	89
5.4.4	Einfluss Wärmeübergangskoeffizient . . . . .	91
5.5	Einordnung und Interpretation der Ergebnisse . . . . .	93
5.5.1	Beladung . . . . .	93
5.5.2	Stillstand . . . . .	94
5.5.3	Entladung . . . . .	94
<b>6</b>	<b>Experimentelle Untersuchung der thermischen Prozesse</b>	<b>95</b>
6.1	Übersicht . . . . .	95
6.2	Identifikation der Messgrößen und Betrachtung der Messunsicherheit . . .	96
6.2.1	Temperatur . . . . .	96
6.2.2	Leistung . . . . .	97
6.2.3	Arbeit und Energie . . . . .	98
6.2.4	Selbstentladungsrate . . . . .	98
6.2.5	Massenstrom . . . . .	98
6.2.6	Enthalpie . . . . .	99
6.3	Beladungsversuche . . . . .	100
6.3.1	Beladung auf ein Temperaturniveau von 400 °C . . . . .	100
6.3.2	Beladung auf maximales Temperaturniveau . . . . .	101
6.3.3	Teilbeladung der Ebene 4 . . . . .	104
6.4	Stillstandsversuche . . . . .	106
6.4.1	Abkühlverhalten bei einem Temperaturniveau von 400 °C . . . . .	106
6.4.2	Abkühlverhalten bei maximalem Temperaturniveau . . . . .	108
6.5	Entladungsversuch über den Turbinenbypass . . . . .	110
6.6	Einordnung und Interpretation der Ergebnisse . . . . .	112
6.6.1	Allgemeines . . . . .	112
6.6.2	Beladung . . . . .	113
6.7	Stillstand . . . . .	113
6.8	Entladung . . . . .	113
<b>7</b>	<b>Fazit und Ausblick</b>	<b>114</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>115</b>
	<b>Anhang</b>	<b>X</b>

## Abbildungsverzeichnis

1	Schematischer Aufbau des Speichersystems [1] . . . . .	1
2	Strommix im Jahr 2019 [2] . . . . .	2
3	Bilanzierung der inneren Energie . . . . .	7
4	Geometrische Deutung des Runge-Kutta-Verfahrens 4.Ordnung [11, S. 481] . . . . .	9
5	Schematische Darstellung eines ungerichteten Graphen . . . . .	10
6	Schematische Darstellung eines gerichteten Graphen . . . . .	11
7	Darstellung einer Platte als thermisches Netzwerk . . . . .	14
8	Aufbau und Messprinzip eines Thermoelementes . . . . .	18
9	Skizze einer Rogowski-Spule [19, S.41] . . . . .	18
10	Prinzip einer Staudrucksonde . . . . .	19
11	Funktionsprinzip des Speichersystems [1] . . . . .	22
12	Funktionsprinzip der Speichereinheit [1] . . . . .	22
13	Verfahrensfließbild desvProzesses [1] . . . . .	23
14	Konstruktiver [25] und realer Aufbau des Speichers . . . . .	24
15	Überführung des Beladungskanals in ein zylindrisches Schichtmodell . . . . .	27
16	Graph des Beladungskanals . . . . .	27
17	Unterteilung des Kanalsegments in regelmäßige Hexaeder . . . . .	28
18	Graph des Kanalsegments in der x-y-Ebene . . . . .	28
19	Aufteilung des Speichers im Modell mit einer Festkörperschicht . . . . .	29
20	Erweiterung der Schichten des Zylinders . . . . .	30
21	Diskretisierung des Speichers entlang der z-Koordinate . . . . .	32
22	Aufteilung der Speicherkonstruktion in der x-y-Ebene . . . . .	32
23	Diskretisierung des Speichers in der x-y-Ebene . . . . .	33
24	Diskretisierung eines Segments als Zylinder . . . . .	33
25	Abmaße der Isolierung . . . . .	38
26	Einteilung der Kanten nach Art der Wärmeübertragung . . . . .	40
27	Knoten und Kanten innerhalb eines Zylinders . . . . .	40
28	Benennung und Lage der Kanten . . . . .	41
29	Definition der Randbedingungen des Speichers . . . . .	46
30	Einfluss der Randbedingungen auf die Knoten . . . . .	46
31	Bilanzierung eines a) Solidknotens und b) Fluidknotens . . . . .	47
32	Benötigter Rechenaufwand in Abhängigkeit der Matrizenformulierung . . . . .	52
33	Programmstruktur . . . . .	53
34	Aufteilung und Zählreihenfolge der Knoten im Fall 0 . . . . .	57
35	Aufteilung und Zählreihenfolge der Knoten im Fall 1 . . . . .	58
36	Ablauf der Berechnungsschleife . . . . .	64
37	Ablauf der Regelung der Heizelemente . . . . .	66

38	Temperaturverlauf innerhalb des Zylinders für zwei Versuche der ersten Versuchsreihe . . . . .	74
39	Temperaturverlauf der Ebenen für zwei Versuche der ersten Versuchsreihe .	75
40	VR2: Temperaturverlauf innerhalb des Zylinders für zwei Versuche der zweiten Versuchsreihe . . . . .	76
41	Temperaturverlauf der Ebenen für zwei Versuche der dritten Versuchsreihe	78
42	Temperaturverlauf innerhalb des Zylinders für zwei Versuche der vierten Versuchsreihe . . . . .	79
43	Entwicklung der Speichertemperatur für zwei Versuche der fünften Versuchsreihe . . . . .	81
44	Temperaturverlauf innerhalb des Zylinders für zwei Versuche der sechsten Versuchsreihe . . . . .	82
45	Entwicklung der Speichertemperatur bei 1000 °C . . . . .	84
46	Temperaturverlauf der Ebenen der Versuchsreihe 9 . . . . .	85
47	Entwicklung der Speichertemperatur im Versuch 41 . . . . .	86
48	Entwicklung der Luftaustrittstemperatur in Abhängigkeit der Luft Eintrittstemperatur . . . . .	88
49	Entwicklung der Speichertemperatur in Abhängigkeit der Luft Eintrittstemperatur . . . . .	88
50	Entwicklung der Luftaustrittstemperatur in Abhängigkeit des Massenstromes	90
51	Entwicklung der Speichertemperatur in Abhängigkeit des Massenstromes .	90
52	Entwicklung der Luftaustrittstemperatur in Abhängigkeit des Wärmeübergangskoeffizienten . . . . .	92
53	Entwicklung der Speichertemperatur in Abhängigkeit des Wärmeübergangskoeffizienten . . . . .	92
54	Entwicklung der Temperaturen innerhalb des Zylinders in Abhängigkeit des Wärmeübergangskoeffizienten . . . . .	93
55	Übersicht der Temperaturmessstellen des Speichers [1] . . . . .	96
56	Temperaturverlauf des ersten experimentellen Beladungsversuches . . . . .	100
57	Zeitliche Verläufe während des Beladungsversuches V2 . . . . .	103
58	Zeitlichen Verläufe am Ende des dritten experimentellen Versuches . . . . .	104
59	Temperatur- und Stromverlauf bei Beladung der Ebene 4 . . . . .	105
60	Abkühlverhalten der Ebenen bei einem Temperaturniveau von 400 °C . . .	106
61	Anfängliches Abkühlverhalten der Ebenen bei einem Temperaturniveau von 400 °C . . . . .	107
62	Abkühlverhalten innerhalb der Messebene 3 (V4) . . . . .	108
63	Abkühlverhalten der Ebenen bei maximalem Temperaturniveau . . . . .	109
64	Temperaturverlauf innerhalb der Messebene 3 (V5) . . . . .	110

65	Verlauf des Massenstromes und der Ein- und Austrittstemperatur bei Entladung . . . . .	111
66	Temperaturverlauf innerhalb des Speichers bei Entladung . . . . .	112

## Tabellenverzeichnis

1	Knotengrade des Beispielgraphen . . . . .	11
2	Kantentabelle des Beispielgraphen . . . . .	14
3	Übersicht der Kennwerte der verwendeten Materialien . . . . .	24
4	Übersicht der Knoten des Modells . . . . .	35
5	Übersicht der Knotentypen . . . . .	35
6	Schichtdicke und Radien der Zylinderknoten . . . . .	36
7	Kenngrößen der Zylinderknoten . . . . .	37
8	Kenngrößen des Knoten $kr$ . . . . .	37
9	Kenngrößen der Isolierungsknoten . . . . .	38
10	Kenngrößen der Oberflächenknoten . . . . .	38
11	Kenngrößen der Umgebungsknoten . . . . .	39
12	Kenngrößen der sonstigen Knoten . . . . .	39
13	Leitwerte der Leitung in radialer Richtung . . . . .	41
14	Leitwerte entlang der kartesischen Koordinaten bei einem Widerstand . . .	42
15	Leitwerte der Leitung bei zwei Widerständen . . . . .	43
16	Stoffdaten trockener Luft nach [6, S. 197] . . . . .	44
17	Kenngrößen freier Konvektion an der Speicheroberfläche . . . . .	44
18	Leitwerte der Konvektionskanten . . . . .	45
19	Leitwerte der Strahlungskanten . . . . .	45
20	Übersicht der Programmstruktur in MATLAB . . . . .	54
21	Übersicht der Eingabewerte . . . . .	54
22	Verarbeitung der Eingabewerte zu Variablen . . . . .	55
23	Weitere Variablen in Abhängigkeit der Eingabewerte . . . . .	55
24	Eingabewerte und deren Variablenname für die Strukturerstellung . . . . .	56
25	Anzahl der Knotentypen pro Schicht . . . . .	58
26	Anzahl der Kantentypen pro Schicht . . . . .	58
27	Übersicht der Diagramme . . . . .	70
28	Übersicht der ausgegebenen Variablen . . . . .	71
29	Aufteilung des Speichers für alle simulativen Untersuchungen . . . . .	72
30	Übersicht der simulativen Versuche . . . . .	72
31	Allgemeine Anfangs- und Randbedingungen der Beladungsversuche . . . . .	73
32	Rand- und Anfangsbedingungen der Versuchsreihe 1 . . . . .	74
33	Ergebnisse der ersten Versuchsreihe . . . . .	75
34	Rand- und Anfangsbedingungen der Versuchsreihe 2 . . . . .	76
35	Ergebnisse der zweiten Versuchsreihe . . . . .	77
36	Rand- und Anfangsbedingungen der Versuchsreihe 3 . . . . .	77
37	Ergebnisse der dritten Versuchsreihe . . . . .	78
38	Rand- und Anfangsbedingungen der Versuchsreihe 4 . . . . .	79

---

39	Ergebnisse der vierten Versuchsreihe . . . . .	80
40	Rand- und Anfangsbedingungen der Versuchsreihe 5 . . . . .	80
41	Ergebnisse der fünften Versuchsreihe . . . . .	81
42	Rand- und Anfangsbedingungen der Versuchsreihe 6 . . . . .	82
43	Ergebnisse der sechsten Versuchsreihe . . . . .	83
44	Rand- und Anfangsbedingungen der Versuchsreihe 7 und 8 . . . . .	83
45	Ergebnisse der siebten Versuchsreihe . . . . .	84
46	Ergebnisse der achten Versuchsreihe . . . . .	84
47	Ergebnisse der neunten Versuchsreihe . . . . .	87
48	Rand- und Anfangsbedingungen der Entladeversuche . . . . .	87
49	Rand- und Anfangsbedingungen der Versuchsreihe 10 . . . . .	87
50	Ergebnisse der zehnten Versuchsreihe . . . . .	89
51	Rand- und Anfangsbedingungen der Versuchsreihe 11 . . . . .	89
52	Ergebnisse der elften Versuchsreihe . . . . .	91
53	Rand- und Anfangsbedingungen der Versuchsreihe 12 . . . . .	91
54	Ergebnisse der zwölften Versuchsreihe . . . . .	93
55	Übersicht der experimentellen Versuche . . . . .	95
56	Aufteilung des Beladungsversuches V2 in Teilversuche . . . . .	101
57	Bestimmung der Gesamtzahl der Knoten im Fall 0 . . . . .	X
58	Bestimmung der Gesamtzahl der Knoten im Fall 1 . . . . .	X
59	Bestimmung der Kantenzahl Fall 0 . . . . .	XI
60	Bestimmung der Kantenzahl Fall 1 . . . . .	XIII
61	Einteilung der Knoten entsprechend Schicht . . . . .	XIV
62	Einteilung der Kanten entsprechend Schicht . . . . .	XV
63	Inzidenzliste Fall 0 . . . . .	XVI
64	Inzidenzliste Fall 1 . . . . .	XX

# Symbolverzeichnis

## Lateinische Symbole

Symbol	Bedeutung	Einheit
$\dot{Q}$	Wärmestrom	$W$
$k$	Wärmedurchgangskoeffizient	$Wkg^{-1}K^{-1}$
$A$	Fläche	$m^2$
$\Delta T$	Temperaturdifferenz	$K$
$R$	Widerstand	$KW^{-1}$
$s$	Dicke	$m$
$r$	Radius	$m^2$
$l$	Länge	$m$
$C_{12}$	Strahlungsaustauschzahl	$Wm^2K^{-4}$
$x, y, z$	kartesische Koordinaten	–
$c$	spezifische Wärmekapazität	$Jkg^{-1}K^{-1}$
$T$	Temperatur	$^{\circ}C, K$
$a$	Temperaturleitfähigkeit	$ms^{-1}$
$U$	innere Energie	$Jkg^{-1}K^{-1}$
$t$	Zeit	$s$
$m$	Masse	$kg$
$Bi$	Biot-Zahl	–
$h$	Schrittweite	$s$
$Fo$	Fourier-Zahl	–
$kg$	Knotengrad	–
$n$	Anzahl	–
$\underline{A}$	Adjazenzmatrix	–
$\underline{I}$	Inzidenzmatrix	–
$\underline{dU}$	Matrix der Änderung der inneren Energie	$J$
$\underline{\dot{Q}}$	Wärmestrommatrix	$W$
$L$	Leitwert	$WK^{-1}$
$\underline{L}$	Leitwertmatrix	$WK^{-1}$
$\underline{\Delta T}$	Vektor der Temperaturdifferenzen	$K$
$\underline{\dot{Q}}$	Vektor der Wärmeströme	$W$
$\underline{T}$	Vektor der Temperaturen	$K$
$\underline{C}$	Kapazitätsmatrix	$JK^{-1}$
$p$	Druck	$bar$
$\Delta p$	Differenzdruck	$Pa$

Symbol	Bedeutung	Einheit
$v$	Geschwindigkeit	$ms^{-2}$
$R$	spezifische Gaskonstante	$Jkg^{-1}K^{-1}$
$\dot{V}$	Volumenstrom	$m^3s^{-1}$
$\dot{m}$	Massenstrom	$kg s^{-1}$
$\Delta x$	Messabweichung	–
$V$	Volumenstrom	$m^3$
$Nu$	Nußelt-Zahl	–
$Gr$	Grashof-Zahl	–
$Pr$	Prandtl-Zahl	–
$g$	Erdbeschleunigung	$ms^{-2}$
$\dot{H}$	Enthalpiestrom	$W$
$P$	Leistung	$W$
$\underline{\dot{H}}$	Vektor der Enthalpieströme	$W$
$\underline{RB}$	Vektor der Randbedingungen	$W$
$\underline{K}$	Kopplungsmatrix	–
$\dot{C}$	Kapazitätsstrom	$WK^{-1}$
$\underline{\dot{H}}$	Enthalpiestrommatrix	$W$
$\underline{B}$	systembeschreibende Matrix	–
$\underline{C}$	Kapazitätsstrommatrix	$WK^{-1}$
$\underline{S}$	Strukturmatrix	–
$\underline{E}$	Einheitsmatrix	–
$W$	Arbeit	$J$
$H$	Enthalpie	$J$
$I$	Strom	$A$

## Griechische Symbole

Symbol	Bedeutung	Einheit
$\lambda$	Wärmeleitkoeffizient	$Wm^{-1}K^{-1}$
$\alpha$	Wärmeübergangskoeffizient	$Wm^{-2}K^{-1}$
$\sigma$	Stefan-Boltzman-Konstante	$Wm^{-2}K^{-4}$
$\epsilon$	Emissionskoeffizient	–
$\rho$	Dichte	$kgm^{-3}$
$\dot{\omega}$	Quelldichte	$Wm^{-3}$
$\beta$	Wärmeausdehnungskoeffizient	$K^{-1}$
$\nu$	dynamische Viskosität	$m^2s^{-1}$
$\delta$	Temperatur	$^{\circ}C$

## Abkürzungen

Abkürzung	Bedeutung
DGL	Differentialgleichung
RK4	Runge-Kutta-Verfahren 4.Ordnung
SDR	Selbstentladungsrate
V	Versuch
VR	Versuchsreihe

## Tiefgestellte Indizes

---

Index	Bedeutung
ges	Gesamt
i	Laufindex
ebene	
radial	
konv, K, c	Konvexion
L	Leitung
dyn	dynamisch
stat	statisch
abs	absolut
rel	relativ
um	Umgebung
el	elektrisch
r	radiation (Strahlung)
HE	Heizelemente
SP	Speicher

---

## Hochgestellte Indizes

---

Index	Bedeutung
EIN	Eintritt
AUS	Austritt
T	transponierte Matrix

---

# 1 Einleitung

## 1.1 Forschungsprojekt

Im Zuge des Ausbaus der Erneuerbaren Energien ist die Erforschung und Entwicklung neuartiger Speichertechnologien unabdingbar geworden. Einen Beitrag hierzu leistet das Forschungsprojekt *Sektorenübergreifender Hochtemperaturspeicher zum Ausgleich volatiler erneuerbarer Stromerzeugung* - kurz High-T-Stor -, welches am Zentrum für Energietechnik und Energiemanagement (etem.THM) sowie am Institut für Thermodynamik, Energieverfahrenstechnik und Systemanalyse (THESA) der Technischen Hochschule Mittelhessen angesiedelt ist. Gefördert wird das Projekt durch Mittel des Forschungsprogrammes Forschung an Fachhochschulen des Bundesministeriums für Bildung und Forschung. Im Rahmen dieses Forschungsprojektes wird ein Speichersystem bestehend aus einem sensiblen Hochtemperaturspeicher sowie einer Rückverstromungseinheit konzeptioniert und eine Demonstrationsanlage aufgebaut. Weiterhin ist das Speicherverhalten sowohl simulativ wie experimentell zu erforschen.

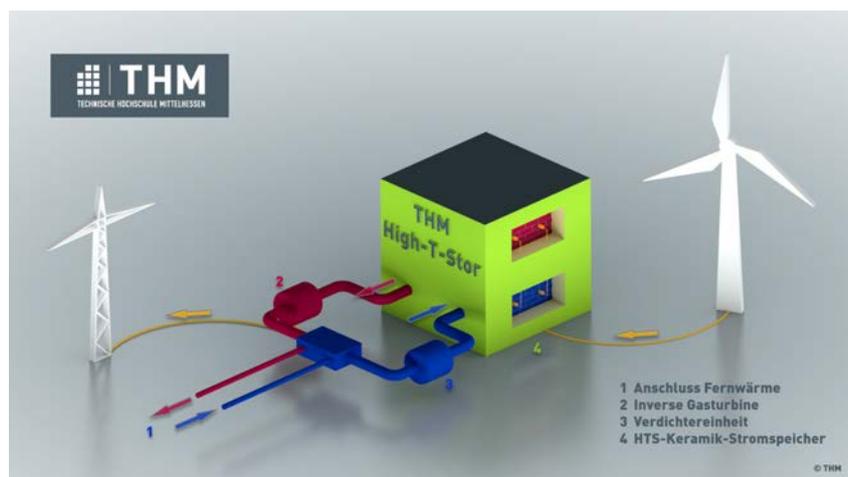


Abbildung 1: Schematischer Aufbau des Speichersystems [1]

## 1.2 Aufgabenstellung und Aufbau der Arbeit

Die Aufgabenstellung dieser Masterthesis umfasst die simulative und experimentelle Untersuchung des sensiblen Hochtemperaturspeichers des Speichersystems. Ziel der Arbeit ist, erste Erkenntnisse über das Betriebsverhalten eines solchen Hochtemperaturspeichers in Theorie und Praxis zu erhalten.

Für die simulative Untersuchung ist ein mathematisches Modell zu entwickeln und in MATLAB umzusetzen, mit welchem die thermischen Prozesse innerhalb des Speichers abgebildet werden können. Außerdem soll das Modell eine Betriebssimulation des Speichers ermöglichen, sodass das Modell auf die aufgebaute Demonstrationsanlage auszurichten ist. Eine strömungsmechanische Modellierung sowie die Modelloptimierung sind keine

Bestandteile dieser Arbeit.

Im Rahmen der experimentellen Untersuchung sind Versuche an der Demonstrationsanlage zu fahren, die erste Erkenntnisse über das Betriebsverhalten des Speichers generieren.

Die vorgelegte Arbeit umfasst zunächst die Betrachtung der theoretischen Grundlagen, die für die Modellierung und experimentelle Untersuchung von Nöten sind. Darauf aufbauend wird die Entwicklung und der Aufbau des mathematischen Modells sowie dessen Umsetzung in ein Simulationsprogramm beschrieben. Mit dem entwickelten Simulationsprogramm erfolgen die simulativen Untersuchungen der thermischen Prozesse. Abschließend erfolgt die Beschreibung und qualitative Auswertung der durchgeführten experimentellen Versuche.

### 1.3 Bedarf an Energiespeichern

Durch den stetigen Ausbau der Erneuerbaren Energien (2019 bereits 40% der Stromerzeugung, siehe Abbildung 2) und der damit verbundenen Transformation des deutschen Energiesystems werden technische Systeme benötigt, die einerseits Erzeugung und Verbrauch und andererseits Flexibilitätsoptionen anbieten.

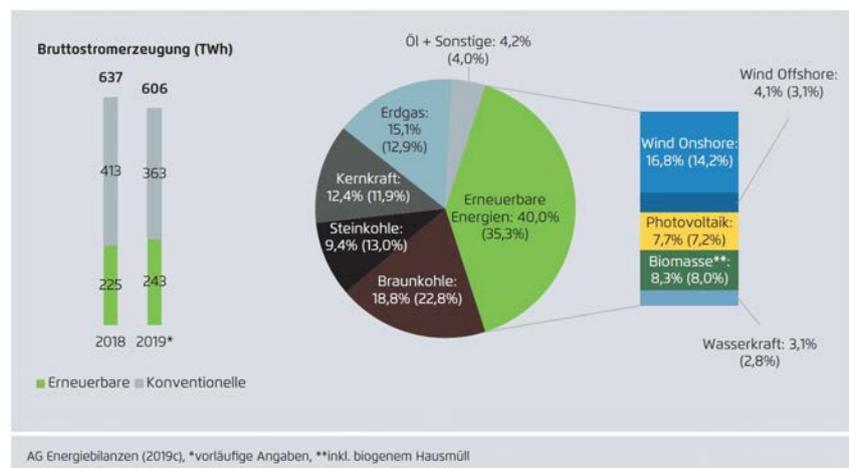


Abbildung 2: Strommix im Jahr 2019 [2]

Charakteristisches Merkmal erneuerbarer Energien ist ihr fluktuatives Auftreten, welches eine Residuallast im Stromnetz hervorruft. Ein Ausgleich dieser Last kann entweder durch Netzmanagement oder durch Energiespeicher erfolgen. Energiespeicher stellen somit einen von vielen Bausteinen der Energiewende dar. Insbesondere die Möglichkeit der Sektorenkopplung durch Energiespeicher ist für die Energiewende und die Senkung der  $CO_2$ -Emissionen wichtig, da hierdurch die entsprechenden Sektoren elektrifiziert werden können.

## 2 Theoretische Grundlagen

### 2.1 Allgemeine Grundlagen der instationären Wärmeübertragung

#### 2.1.1 Definition und Arten der Wärmeübertragung

##### Definition

Wärmeübertragung ist ein Prozess, bei welchem Energie von einem Ort höherer Temperatur zu einem Ort niedrigerer Temperatur transportiert wird. Dies geschieht, da ein Körper gemäß den Hauptsätzen der Thermodynamik bestrebt ist, eine homogene Temperatur anzunehmen. Wärme - genauer gesagt thermische Energie - ist demnach eine Form von Energie, die allein aufgrund eines Temperaturgradienten übertragen wird. Der Prozess der Wärmeübertragung kann dabei auf drei Arten erfolgen: Wärmeleitung, Konvektion und thermische Strahlung.

##### Wärmeleitung und Konvektion

Der Wärmestrom  $\dot{Q}$  (Gleichung 2.1) ist, sowohl bei Wärmeleitung als auch bei Konvektion, proportional zur Wärmeübertragungsfläche  $A$ , der Temperaturdifferenz  $\Delta T$  und dem Wärmedurchgangskoeffizient  $k$ .

$$\dot{Q} = k \cdot A \cdot \Delta T \quad (2.1)$$

Erfolgt die Wärmeübertragung in Festkörpern oder in ruhenden Fluiden durch Temperaturgradienten und diffusive Transportprozesse, so handelt es sich um Wärmeleitung. Konvektion hingegen bezeichnet die Wärmeübertragung zwischen einer Oberfläche eines Festkörpers und einem strömendem Fluid. Es handelt sich weiterhin um einen massegebundenen Transport von Masse, Impuls und Energie [3, S.29].

Für die Bestimmung des Wärmestromes  $\dot{Q}$ , bei gegebener Temperaturdifferenz, ist die Bestimmung des Wärmedurchgangskoeffizienten  $k$  sowie der Wärmeübertragungsfläche  $A$  von Nöten. Zur Vereinfachung und in Analogie zum Ohm'schen Gesetz kann ein Wärmewiderstand  $R$  (Gleichung 2.2) definiert werden, sodass sich für die Beschreibung des Wärmestromes Gleichung 2.3 ergibt.

$$R = \frac{1}{k \cdot A} \quad (2.2)$$

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R} \quad (2.3)$$

Besteht nun ein Prozess aus mehreren Teilprozessen, so kann diese Kombination der Prozesse entsprechend als Reihen- oder Parallelschaltung der Widerstände aufgefasst werden. Entsprechend berechnet sich der Gesamtwiderstand  $R_{ges}$  im Falle einer Reihenschaltung

nach Gleichung 2.4 oder im Falle einer Parallelschaltung gemäß Gleichung 2.5.

$$R_{ges} = \sum R_i \quad (2.4)$$

$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{\sum R_i} \quad (2.5)$$

Für ebene Wärmeleitung ergibt sich der Wärmeleitwiderstand entsprechend Gleichung 2.6 und Gleichung 2.7 beschreibt den radialen Wärmeleitwiderstand eines kreisförmigen Rohres oder eines Hohlzylinders.

$$R_{ebene} = \frac{s}{\lambda \cdot A} \quad (2.6)$$

$$R_{radial} = \frac{\ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)}{2 \cdot \pi \cdot l \cdot \lambda} \quad (2.7)$$

Im Falle der Konvektion entspricht der Wärmedurchgangskoeffizient  $k$  dem Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha$ , sodass sich der Wärmeübergangswiderstand gemäß Gleichung 2.8 formulieren lässt.

$$R_{konv} = \frac{1}{\alpha \cdot A} \quad (2.8)$$

Die Bestimmung des  $\alpha$ -Wertes ist von vielen Faktoren (u.A. von der Strömungsform) abhängig und wird an dieser Stelle nicht näher betrachtet. Es sei auf [4] und [5] sowie auf weitere einschlägige Literatur wie [6] verwiesen.

## Strahlung

Strahlung beschreibt die materialungebundene Art der Wärmeübertragung, wobei der Energietransport über elektromagnetische Wellen erfolgt. Weisen die Oberflächen zweier nicht miteinander verbundener Körper unterschiedliche Temperaturen auf, so stehen diese Oberflächen im Strahlungsaustausch. Durch die Gewichtung der Temperatur in vierter Potenz, siehe Gleichung 2.9, steigt ihr Stellenwert gegenüber den anderen Arten bei hohen Temperaturen.

$$\dot{Q}_{12} = C_{12} \cdot A_1 \cdot (T_1^4 - T_2^4) \quad (2.9)$$

Die Strahlungsaustauschzahl  $C_{12}$  ist sowohl von der Geometrie des Körpers sowie dessen Emmissionsgrad  $\epsilon$  abhängig und wird für die folgenden zwei Fälle betrachtet [6, S. 1090]:

- Rohr in Rohr (Gleichung 2.10)
- ebene Platte im unendlichen Raum (Gleichung 2.11)

Bei der Betrachtung eines Innenrohres in einem Mantelrohr (Gleichung 2.10) spielen das Verhältnis der Flächen  $\frac{A_1}{A_2}$  sowie beide Emissionskoeffizienten eine Rolle.

$$C_{12} = \frac{\sigma}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{A_1}{A_2} \cdot \left(\frac{1}{\epsilon_2} - 1\right)} \quad (2.10)$$

Wird hingegen eine ebene Platte in einem unendlichen Raum ( $A_2 \gg A_1$ ) betrachtet, so reduziert sich Gleichung 2.10 auf Gleichung 2.11. In diesem Falle ist der Strahlungsaustauschkoeffizient lediglich vom Emissionskoeffizient des abstrahlenden Körpers abhängig.

$$C_{12} = \epsilon_1 \cdot \sigma \quad (2.11)$$

Beiden Gleichungen ist der Faktor  $\sigma$  gemein, welcher die Stefan - Boltzmann - Konstante darstellt und einen Wert von  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$  aufweist.

Entsprechend Gleichung 2.2 definiert sich der Wärmewiderstand der Strahlung nach Gleichung 2.12.

$$R_{Strahlung} = \frac{1}{C_{12} \cdot A_1} \quad (2.12)$$

Demzufolge beschreibt Gleichung 2.13 den Wärmestrom infolge Strahlung bei Betrachtung des Wärmewiderstandes.

$$\dot{Q}_{Strahlung} = \frac{\Delta(T^4)}{R_{Strahlung}} \quad (2.13)$$

## 2.1.2 Definition und Lösung der Fourier'schen Wärmeleitungsgleichung

### Definition

Der übertragene Wärmestrom lässt sich entsprechend der oben beschriebenen Gleichungen für jeden Prozess bestimmen. Jedoch können mit diesen Gleichungen keine Aussagen zur zeitlichen und örtlichen Temperaturentwicklung innerhalb eines Körpers aufgrund dieser Prozesse getroffen werden. Hierfür bedarf es der partiellen Differentialgleichung für das Temperaturfeld, auch bekannt als Fourier'sche Wärmeleitungsgleichung (Gleichung 2.14).

$$\rho c \frac{\delta T}{\delta t} = \frac{\delta}{\delta x} \left( \lambda \frac{\delta T}{\delta x} \right) + \frac{\delta}{\delta y} \left( \lambda \frac{\delta T}{\delta y} \right) + \frac{\delta}{\delta z} \left( \lambda \frac{\delta T}{\delta z} \right) + \dot{\omega} \quad (2.14)$$

Die linke Seite der Gleichung 2.14 beschreibt die Einspeicherung innerer Energie im Körper und ist daher auch als Speicherterm bekannt [3, S.51]. Dieser Speicherterm ist explizit zeitabhängig. Die rechte Seite der Gleichung beschreibt die örtlich abhängige Wärmeleitung entlang der drei Koordinatenachsen. Eine Freisetzung von Energie innerhalb des betrachteten Volumens erfolgt über die Quelledichte  $\dot{\omega}$ . Die Eigenschaften des Körpers (Dichte  $\rho$ , Wärmekapazität  $c$  und Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$ ) lassen sich gemäß Gleichung 2.15 zur Temperaturleitfähigkeit  $a$  zusammenfassen.

$$a = \frac{\lambda}{\rho c} \quad (2.15)$$

Handelt es sich um ein isotropes Medium ( $\rho = const$  und  $c = const$ ) sowie um eine konstante Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$ , kann die Fourier'sche Differentialgleichung (Gleichung 2.14)

durch Verwendung der Temperaturleitfähigkeit (Gleichung 2.15) in vereinfachter Form, siehe Gleichung 2.16, geschrieben werden.

$$\frac{1}{a} \frac{\delta T}{\delta t} = \frac{\delta^2 T}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 T}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 T}{\delta z^2} + \frac{\dot{\omega}}{\lambda} \quad (2.16)$$

Für die vollkommene Beschreibung der zeitlichen und örtlichen Entwicklung des Temperaturfeldes eines Körpers sind weiterhin noch Rand- sowie Anfangsbedingungen erforderlich. Bei den Randbedingungen, die die örtliche Entwicklung des Temperaturfeldes beeinflussen, werden drei Arten unterschieden:

1. Dirichlet'sche Randbedingung: Vorgabe der Temperatur an der Körperoberfläche
2. Neumann'sche Randbedingung: Vorgabe der Wärmestromdichte an der Körperoberfläche
3. Wärmefluss an der Körperoberfläche in Wandnähe entspricht dem konvektivem Wärmeübergang

Die zeitliche Entwicklung des Temperaturfeldes wird durch die Anfangsbedingung in Form des örtlichen Temperaturfeldes zum Zeitpunkt  $t = 0$  bestimmt.

Bei der Betrachtung von mehreren, sich berührender Körpern sind Koppelbedingungen zwischen den Körpern und ihren Temperaturfeldern zu beachten und einzuhalten. Um die Stetigkeit des Temperaturverlaufes zwischen zwei Temperaturfeldern zu gewährleisten, dürfen Temperatur und Wärmestromdichte in Normalenrichtung zur Kontaktfläche keine Unstetigkeiten aufweisen [3, S.58].

Analytische Lösungen des Temperaturfeldes (Gleichung 2.14) existieren nur für bestimmte Randbedingungen und konkrete Anwendungsfälle. Entsprechend sind für viele technische Problemstellungen numerische Näherungslösungen zu generieren.

Die Überführung der partiellen Differentialgleichung in eine gewöhnliche Differentialgleichungen durch die Verwendung von Differenzenquotienten anstelle von Differentialquotienten ist ein grundlegender Schritt bei der Problemlösung. Weiterhin erfolgt die zeitliche Lösung durch Integration.

## Ortsdiskretisierung mit der Methode der Blockkapazität

Gleichbedeutend mit der Überführung in eine gewöhnliche Differentialgleichung ist die örtliche Diskretisierung des Problems. Eine Methode, die in dieser Arbeit Anwendung findet, ist die Methode der Blockkapazität. Bei der Methode der Blockkapazität [3, 7, 8] wird angenommen, dass alle Stoffeigenschaften des Körpers sowie dessen Zustandsgrößen in dessen Mittelpunkt konzentriert sind. Entsprechend kann ein Körper in mehrere Teilkörper unterteilt werden und anstelle eines Temperaturfeldes die expliziten Temperaturen der einzelnen Teilkörper ermittelt werden. Eine solche örtliche Aufteilung des

Körpers wird auch als Ortsdiskretisierung bezeichnet. Die Ermittlung des zeitlichen Verlaufs der einzelnen Temperaturen erfolgt über die Bilanzierung der inneren Energie, siehe Gleichung 2.17.

$$\frac{dU}{dt} = \dot{Q} \quad (2.17)$$

Sind Masse und Wärmekapazität zeitinvariant, so kann aus Gleichung 2.17 die zeitliche Änderung der Temperatur gemäß Gleichung 2.18 errechnet werden.

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\dot{Q}}{m \cdot c_p} \quad (2.18)$$

Bei der Betrachtung einer Fläche (Abbildung 3), analog ist auch die Betrachtung eines Würfels im Raum möglich, können alle ein- und austretenden Wärmeströme in die Bilanzgleichung (Gleichung 2.17) aufgenommen werden.

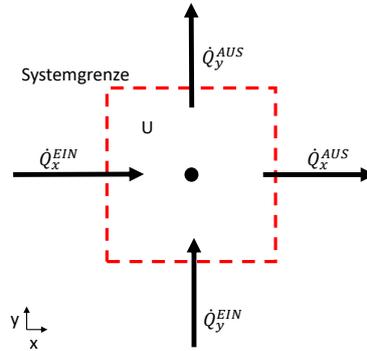


Abbildung 3: Bilanzierung der inneren Energie

Entsprechend Abbildung 3 erweitert sich Gleichung 2.17 zu Gleichung 2.19, wobei eintretende Ströme positiv und austretende Ströme negativ bewertet werden. Die Abgrenzung zwischen Körper und Umgebung stellt die Systemgrenze dar.

$$\frac{dU}{dt} = \dot{Q}_x^{EIN} + \dot{Q}_y^{EIN} - \dot{Q}_x^{AUS} - \dot{Q}_y^{AUS} \quad (2.19)$$

Die in den betrachteten Körper ein- und austretenden Wärmeströme können aller drei Arten der Wärmeübertragung entstammen und stellen gewissermaßen die Randbedingungen dar.

Nicht für jedes instationäre Wärmeübertragungsproblem ist die Methode der Blockkapazität geeignet, da die Reduzierung auf eine homogene Temperatur bedingt, dass der Temperaturgradient innerhalb des Körpers niedrig ist.

Mit der dimensionslosen Kennzahl nach Biot (Gleichung 2.20), die das Verhältnis von Wärmeleit- zu Wärmeübergangswiderstand widerspiegelt, kann die Anwendbarkeit der

Methodik geprüft werden.

$$Bi = \frac{R_L}{R_{Konv}} = \frac{\alpha \cdot s}{\lambda_s} \quad (2.20)$$

„Sind die Biotzahlen kleiner als 0,5, kann man mit recht guter Genauigkeit die Berechnungen so durchführen, dass die Temperatur im ganzen Körper als mittlere Temperatur angenommen wird. Bei Biotzahlen, die kleiner als 1 sind, ist für Abschätzungen eine so durchgeführte Berechnung immer noch zulässig“ [9, S. 69].

## Numerische Integration mittels Runge-Kutta-Verfahren

Durch Anwendung der Methode der Blockkapazität konnte die partielle Differentialgleichung des Temperaturfeldes in eine gewöhnliche Differentialgleichung überführt werden, indem die örtliche Abhängigkeit eliminiert wurde. Im Falle des Temperaturfeldes beschreibt die übrig gebliebene gewöhnliche Differentialgleichung die zeitliche Veränderung der Temperatur. Um daraus die Funktion der Temperatur zu erhalten, ist die DGL zu integrieren. Ist die Integration der stetigen Funktion in geschlossener Form nicht möglich, so ist auf ein Verfahren der numerischen Integration zurückzugreifen [10, S. 475]. Bei Differentialgleichungen 1.Ordnung haben sich bei technischen Problemstellungen das Streckenzugverfahren von Euler sowie das Runge-Kutta-Verfahren 4.Ordnung (RK4) etabliert. Da die Genauigkeit des RK4-Verfahrens höher als die des Euler-Verfahrens ist [11, S.480], wird im Rahmen dieser Arbeit das RK4-Verfahren verwendet.

Beschreibt die Funktion  $f$  die Ableitung  $y'$  (Gleichung 2.21) der Funktion  $y$  und ist über den Punkt  $P_0$  (Gleichung 2.22) ein Startwert gegeben, so errechnet sich der Funktionswert von  $y$  an der Stelle  $x$  näherungsweise gemäß Gleichung 2.23.

$$y' = f(x, y) \quad (2.21)$$

$$P_0 = (x_0, y_0) \quad (2.22)$$

$$y(x_1) \cong y_1 = y_0 + \frac{1}{6} \cdot (k_1 + 2 \cdot k_2 + 2 \cdot k_3 + k_4) \quad (2.23)$$

Die Faktoren  $k_1$  bis  $k_4$  aus Gleichung 2.23 sind Hilfsgrößen, die das Steigungsverhalten der Kurve im betrachteten Bereich beschreiben, siehe Abbildung 4. Die Faktoren (Gleichung 2.24 bis Gleichung 2.27) sind das Produkt aus der Schrittweite  $h$  und dem jeweiligen Steigungswert (Gleichung 2.28).

$$k_1 = h \cdot f(x_0, y_0) \quad (2.24)$$

$$k_2 = h \cdot f\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{k_1}{2}\right) \quad (2.25)$$

$$k_3 = h \cdot f\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{k_2}{2}\right) \quad (2.26)$$

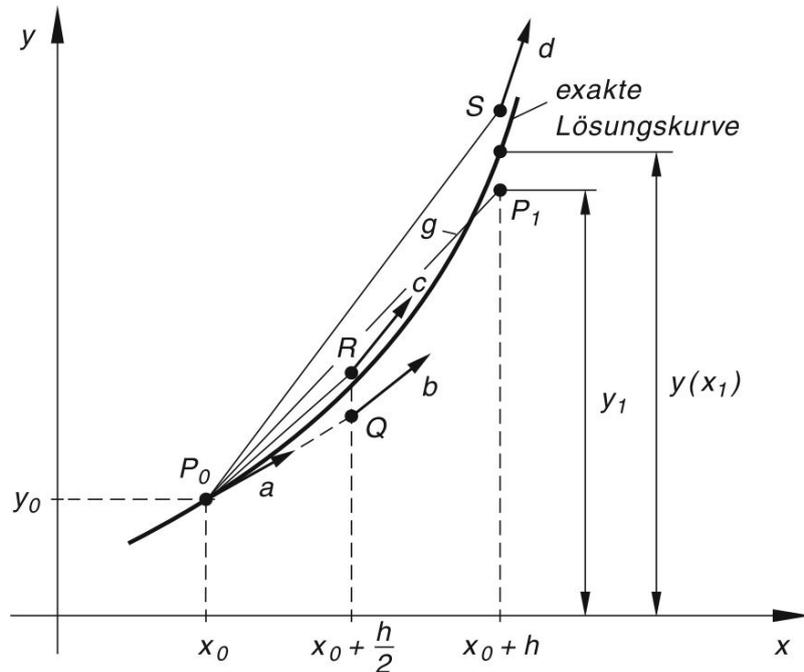


Abbildung 4: Geometrische Deutung des Runge-Kutta-Verfahrens 4. Ordnung [11, S. 481]

$$k_4 = h \cdot f(x_0 + h, y_0 + k_3) \quad (2.27)$$

$$k_i = h \cdot m_i \quad (2.28)$$

Durch Verwendung von Gleichung 2.28 kann Gleichung 2.23 auch in vereinfachter Form gemäß Gleichung 2.29 geschrieben werden.

$$y(x_1) \cong y_1 = y_0 + \frac{1}{6} \cdot h \cdot (m_1 + 2 \cdot m_2 + 2 \cdot m_3 + m_4) \quad (2.29)$$

Handelt es sich bei der Funktion gemäß Gleichung 2.21 um eine zeitliche Ableitung, so beschreibt die Schrittweite  $h$  einen Zeitschritt. Die Größe des Zeitschrittes kann nicht beliebig gewählt werden, da bei unpassender Wahl ein Aufschwingen des Systems möglich ist. Über die dimensionslose Kennzahl nach Fourier (Gleichung 2.30), die eine dimensionslose Zeit darstellt, kann, bei vorab festgelegter Dicke  $s$ , eine Zeitschrittweite gewählt werden, bei der das betrachtete System nicht schwingt.

$$Fo = a \cdot \frac{t}{s^2} \quad (2.30)$$

Für explizite numerische Differenzenverfahren, zu denen auch das RK4-Verfahren zu zählen ist, geben Baehr und Stephan eine Fourierzahl von  $Fo \leq 0,5$  an [12, S. 222].

## 2.2 Grundlagen der Netzwerkberechnung

### 2.2.1 Grundbegriffe der Graphentheorie

Die Graphentheorie ist ein Teilgebiet der Mathematik und wurde im 18. Jahrhundert durch die Publikation einer Lösung für das Königsberger Brückenproblem von Leonard Euler begründet.

Für die Abgrenzung der Begrifflichkeiten wird auf Kruschke und Röpcke [13] zurückgegriffen: Im mathematisch-theoretischen Kontext wird von Graphen gesprochen, im praktischen Kontext von Netzen bzw. Netzwerken. Demnach beschreibt die Netzwerktheorie die praktische Anwendung der Graphentheorie.

### Graph, Knoten und Kanten

„Generell besteht ein Netz bzw. ein Graph aus einer Menge von Entitäten und einer Menge von Relationen zwischen ihnen.“ [14]

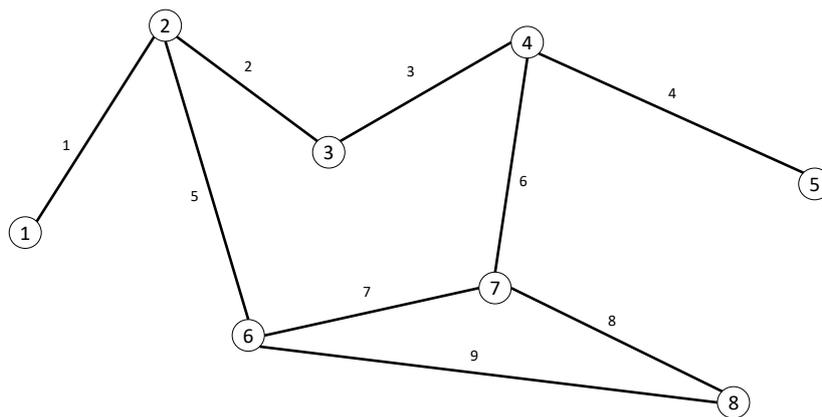


Abbildung 5: Schematische Darstellung eines ungerichteten Graphen

Ein **Graph**, schematisch dargestellt in Abbildung 5, besteht aus einer beliebigen Menge an **Knoten** (Entitäten) und **Kanten** (Relationen). Der Beispielgraph aus Abbildung 5 umfasst acht Knoten (Kreise) sowie neun Kanten (Linien). Sowohl Nummerierung wie auch die Darstellung sind frei wählbar und haben keinen Einfluss auf die Eigenschaften des Graphen, solange die grundlegende Struktur beibehalten wird. Als Struktur wird die eindeutige Zuordnung von Kanten zu Knoten verstanden. Freie Kantenenden oder gänzlich freie Kanten dürfen in Graphen jedoch nicht vorkommen [13, S.17].

Verfügt der Graph über maximal eine Kante zwischen zwei Knoten, so handelt es sich um einen **einfachen Graphen**. Bei einem **Multigraph** hingegen können mehrere Kanten zwischen zwei Knoten auftreten.

Weisen die Kanten eine Richtung auf, ist also sowohl der Anfangs- wie auch der Endknoten einer Kante definiert, bezeichnet man den Graphen als **gerichteten Graphen**. Eine

schematische Darstellung eines gerichteten Graphen ist Abbildung 6 zu entnehmen. Verfügen zwei Graphen über die gleiche Anzahl an Knoten sowie über die gleiche Zuordnung, so handelt es sich um **isomorphe Graphen**.

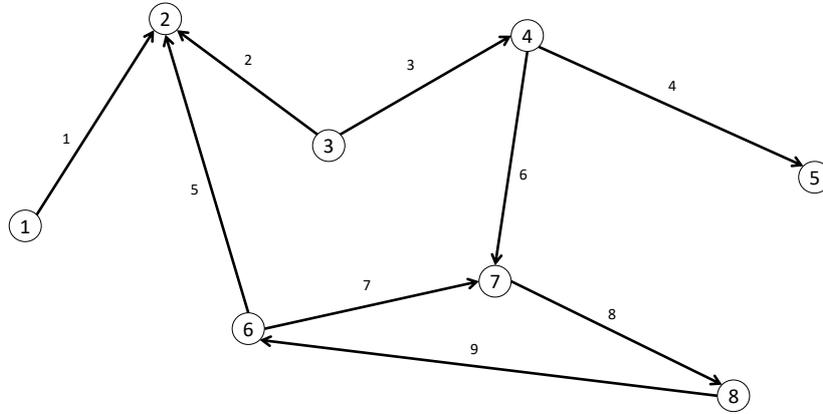


Abbildung 6: Schematische Darstellung eines gerichteten Graphen

## Knotengrad

Als Knotengrad wird die Anzahl der an den Knoten angrenzenden Kanten bezeichnet. Weisen alle Knoten den gleichen Knotengrad  $k$  auf, so ist der Graph  $k$ -regulär. Ein Knoten mit dem Knotengrad 0 wird als isolierter Knoten bezeichnet, beschreibt jedoch weiterhin einen Graphen. In Tabelle 1 sind die Knotengrade des Graphen aus Abbildung 5 aufgelistet. Zwischen ungerichtetem und gerichtetem Graph wird bei der Bestimmung des Knotengrades nicht unterschieden, sodass die Knotengrade aus Tabelle 1 auch für den gerichteten Graphen aus Abbildung 6 gültig sind.

Tabelle 1: Knotengrade des Beispielgraphen

Knoten	1	2	3	4	5	6	7	8
Knotengrad	1	3	2	3	1	3	3	2
Kanten	1	1, 2, 5	2, 3	3, 4, 6	4	5, 7, 9	6, 7, 8	8, 9

Mithilfe der Knotengrade ( $kg$ ) kann die Anzahl der Kanten ( $n_{Kanten}$ ) und somit die Gültigkeit der Graphenstruktur gemäß Gleichung 2.31 geprüft werden. Die Summe der Knotengrade entspricht der doppelten Anzahl an Kanten.

$$\sum kg = 2 \cdot n_{kanten} \quad (2.31)$$

Für den Beispielgraphen folgt:

$$1 + 3 + 2 + 3 + 1 + 3 + 3 + 2 = 2 \cdot 9 \quad (2.32)$$

$$18 = 18 \quad (2.33)$$

Weiterhin gilt, dass die Anzahl an Knoten mit ungeradem Knotengrad gerade ist. Im Falle des Beispielgraphen weisen sechs von acht Knoten einen ungeraden Knotengrad auf.

## Inzidenz und Adjazenz

Zur Beschreibung der Struktur eines Graphen ist die Einführung zweier weiterer Begriffe hilfreich: Inzidenz und Adjazenz. Sie beschreiben die Verbindung von Knoten und Kanten untereinander.

„Zwei Knoten, die durch eine Kante verbunden sind, oder zwei Kanten, die einen gemeinsamen Knoten besitzen, nennt man *benachbart* oder *adjazent*.

Gehört ein Knoten zu einer Kante, so nennen wir die beiden *inzident*.“ [13]

Anstelle einer grafischen Darstellung des Graphen (Abbildung 5 und Abbildung 6) kann dieser nun auch über Matrizen mathematisch beschrieben werden.

### 2.2.2 Mathematische Beschreibung von Netzwerken

Die mathematische Beschreibung von Netzwerken kann über topologische Matrizen oder Listen erfolgen [15, S.77]. Um Netzwerke beschreiben zu können, ist die Kenntnis über die Verbindung zwischen Knoten und Kanten wichtig. Entsprechend kann für jedes Netzwerk eine Inzidenzmatrix und eine Adjazenzmatrix aufgestellt werden. Beide Matrizen beschreiben das gleiche Netzwerk, unterscheiden sich jedoch in ihrem Aufbau und ihrer Aussagekraft.

Bei der Adjazenzmatrix (Gleichung 2.35) handelt es sich um eine symmetrische Matrix mit der Dimension  $[n_{knoten} \times n_{knoten}]$ . Der Wert ihrer Elemente entspricht gemäß Gleichung 2.34 der Anzahl der Kanten zwischen den Knoten.

$$\underline{A}(i, j) = \begin{cases} +n & \text{falls } n\text{-Kanten zwischen Knoten } i \text{ und Knoten } j \\ 0 & \text{falls keine Kanten zwischen Knoten } i \text{ und Knoten } j \end{cases} \quad (2.34)$$

$$\underline{A} = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{1} & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & \mathbf{1} & 0 & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & \mathbf{1} & 0 & \mathbf{1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

Die Inzidenzmatrix (Gleichung 2.37) hingegen weist die Dimension  $[n_{knoten} \times n_{kanten}]$  auf. Gehört ein Knoten (i) zu einer Kante (j), so weist das Matrixelement (i,j) den Wert 1 auf,

siehe Gleichung 2.36.

$$\underline{I}(i, j) = \begin{cases} +1 & \text{falls Knoten } i \text{ und Kante } j \text{ zusammengehörig} \\ 0 & \text{falls Knoten } i \text{ und Kante } j \text{ nicht zusammengehörig} \end{cases} \quad (2.36)$$

$$\underline{I} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & \mathbf{1} & 0 & \mathbf{1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

Die Summe der einzelnen Zeilen, sowohl bei der Adjazenz- wie auch bei der Inzidenzmatrix, entspricht dem jeweiligen Knotengrad.

Wird ein gerichteter Graph, siehe Abbildung 6, mit einer Inzidenzmatrix beschrieben, so wird bei den Knoten zwischen Anfangs- und Endknoten einer Kante unterschieden. Die Werte der Inzidenzmatrix (Gleichung 2.39) ermitteln sich entsprechend Gleichung 2.38.

$$\underline{I}(i, j) = \begin{cases} +1 & \text{falls Knoten } i \text{ Anfangsknoten der Kante } j \\ 0 & \text{falls Knoten } i \text{ und Kante } j \text{ nicht zusammengehörig} \\ -1 & \text{falls Knoten } i \text{ Endknoten der Kante } j \end{cases} \quad (2.38)$$

$$\underline{I} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\mathbf{1} & -\mathbf{1} & 0 & 0 & -\mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & \mathbf{1} & 0 & -\mathbf{1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mathbf{1} & -\mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mathbf{1} & \mathbf{1} \end{pmatrix} \quad (2.39)$$

Alternativ zur Beschreibung über Matrizen, kann die Struktur des Netzwerks auch mittels einer Kantentabelle (Tabelle 2) angegeben werden [15, S.90]. Eine Kantentabelle ist übersichtlicher als eine Matrix und ist bei der programmtechnischen Umsetzung aufgrund des geringeren Speicherbedarfs vorteilhaft.

Tabelle 2: Kantentabelle des Beispielgraphen

Kante	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Anfangsknoten	1	3	3	4	6	4	6	7	8
Endknoten	2	2	4	5	2	7	7	8	6

### 2.2.3 Thermische Netzwerke

Technische Systeme, bei denen thermische Prozesse im Mittelpunkt stehen und die ortsdiskretisiert sind, können als thermische Netzwerke aufgefasst werden [16]. In Abbildung 7 ist links eine Platte, die in sechs Segmente aufgeteilt ist, und rechts der dazugehörige Graph des thermischen Netzwerkes zu sehen. Von Interesse ist die Formulierung des zeitlichen Temperaturverlaufes der Plattensegmente.

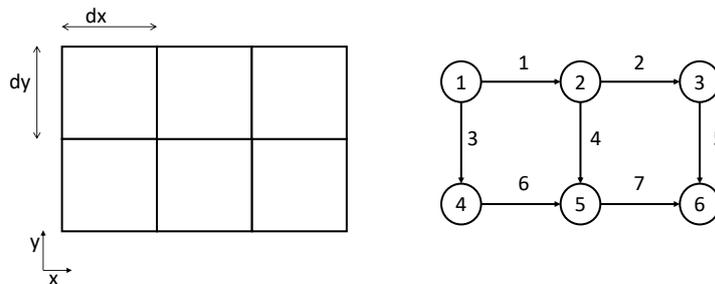


Abbildung 7: Darstellung einer Platte als thermisches Netzwerk

Durch Anwendung der Methode der Blockkapazität sind alle Zustandsgrößen und Eigenschaften eines Segments in dessen Mittelpunkt konzentriert und können somit durch einen Knoten dargestellt werden. Die Wärmeübertragung zwischen zwei Knoten erfolgt gemäß der eingezeichneten Kanten.

In einem thermischen Netzwerk entsprechen somit die Knoten den Zustandsgrößen (hier der Temperatur) und die Kanten den Prozessgrößen (hier den Wärmeströmen).

Für die Änderung der inneren Energie der jeweiligen Knoten kann nun ein Gleichungssystem (Gleichung 2.40) aufgestellt werden.

$$\frac{1}{dt} \begin{pmatrix} dU_1 \\ dU_2 \\ dU_3 \\ dU_4 \\ dU_5 \\ dU_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\dot{Q}_1 & 0 & -\dot{Q}_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ +\dot{Q}_1 & -\dot{Q}_2 & 0 & -\dot{Q}_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & +\dot{Q}_2 & 0 & 0 & -\dot{Q}_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & +\dot{Q}_3 & 0 & 0 & -\dot{Q}_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +\dot{Q}_4 & 0 & +\dot{Q}_6 & -\dot{Q}_7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & +\dot{Q}_5 & 0 & +\dot{Q}_7 \end{pmatrix} \quad (2.40)$$

Zusammengefasst lässt sich Gleichung 2.40 gemäß Gleichung 2.41 schreiben.

$$\frac{d}{dt} \cdot \underline{dU} = \underline{\Delta \dot{Q}} \quad (2.41)$$

Die Matrix auf der rechten Seite der Gleichung 2.40 lässt sich als Produkt der Inzidenzmatrix und dem Vektor der Wärmeströme darstellen, siehe Gleichung 2.42, sowie in vereinfachter Darstellung als Gleichung 2.43 schreiben.

$$\frac{1}{dt} \cdot \begin{pmatrix} dU_1 \\ dU_2 \\ dU_3 \\ dU_4 \\ dU_5 \\ dU_6 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ +1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & +1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & +1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 & 0 & +1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & +1 & 0 & +1 \end{pmatrix}}_{\text{Inzidenzmatrix}} \cdot \begin{pmatrix} \dot{Q}_1 \\ \dot{Q}_2 \\ \dot{Q}_3 \\ \dot{Q}_4 \\ \dot{Q}_5 \\ \dot{Q}_6 \\ \dot{Q}_7 \end{pmatrix} \quad (2.42)$$

$$\frac{d}{dt} \cdot \underline{dU} = \underline{I} \cdot \underline{\dot{Q}} \quad (2.43)$$

Weiterhin lassen sich die Wärmeströme gemäß Gleichung 2.3 über die Temperaturdifferenz sowie den Wärmewiderstand wiederum als Produkt aus einer Matrix und einem Vektor darstellen (Gleichung 2.45). Für eine übersichtlichere Darstellung der Matrizen wird anstelle des Wärmewiderstands der Leitwert verwendet, der als reziproker Wärmewiderstand (Gleichung 2.44) definiert ist.

$$L = \frac{1}{R} \quad (2.44)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{Q}_1 \\ \dot{Q}_2 \\ \dot{Q}_3 \\ \dot{Q}_4 \\ \dot{Q}_5 \\ \dot{Q}_6 \\ \dot{Q}_7 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} L_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_7 \end{pmatrix}}_{\text{Leitwertmatrix}} \cdot \begin{pmatrix} \Delta T_1 \\ \Delta T_2 \\ \Delta T_3 \\ \Delta T_4 \\ \Delta T_5 \\ \Delta T_6 \\ \Delta T_7 \end{pmatrix} \quad (2.45)$$

Gemäß Gleichung 2.46 ist der Vektor der Wärmeströme das Produkt der Leitwertmatrix und dem Vektor der Temperaturdifferenzen.

$$\underline{\dot{Q}} = \underline{L} \cdot \underline{\Delta T} \quad (2.46)$$

Wird der Vektor der Temperaturdifferenzen als Gleichungssystem (siehe Gleichung 2.47 )

dargestellt, ist auch dort die Inzidenzmatrix erkennbar.

$$\begin{pmatrix} \Delta T_1 \\ \Delta T_2 \\ \Delta T_3 \\ \Delta T_4 \\ \Delta T_5 \\ \Delta T_6 \\ \Delta T_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +T_1 & -T_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & +T_2 & -T_3 & 0 & 0 & 0 \\ +T_1 & 0 & 0 & +T_4 & 0 & 0 \\ 0 & +T_2 & 0 & 0 & -T_5 & 0 \\ 0 & 0 & +T_3 & 0 & 0 & -T_6 \\ 0 & 0 & 0 & +T_4 & -T_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & +T_5 & -T_6 \end{pmatrix} \quad (2.47)$$

Da die Inzidenzmatrix die Dimension [knoten x kanten] und der Temperaturvektor die Dimension [knoten x 1] aufweist, muss, um den Regeln der linearen Algebra zu genügen, die Inzidenzmatrix transponiert werden. Weiterhin muss die Inzidenzmatrix mit dem Faktor -1 multipliziert werden. So ergibt sich für die Darstellung des Vektors der Temperaturdifferenzen die Gleichung 2.48 sowie die Gleichung 2.49.

$$\begin{pmatrix} \Delta T_1 \\ \Delta T_2 \\ \Delta T_3 \\ \Delta T_4 \\ \Delta T_5 \\ \Delta T_6 \\ \Delta T_7 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} +1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & +1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ +1 & 0 & 0 & +1 & 0 & 0 \\ 0 & +1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & +1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & +1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & +1 & -1 \end{pmatrix}}_{\text{Negative, transponierte Inzidenzmatrix}} \cdot \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{pmatrix} \quad (2.48)$$

$$\underline{\Delta T} = -\underline{I}^T \cdot \underline{T} \quad (2.49)$$

Durch Zusammenfügen der Gleichungen 2.43, 2.46 und 2.49 erhält man einen Ausdruck gemäß Gleichung 2.50 für die Änderung der inneren Energie des betrachteten thermischen Netzwerkes.

$$\frac{d}{dt} \cdot \underline{dU} = \underline{I} \cdot \underline{L} \cdot (-1) \cdot \underline{I}^T \cdot \underline{T} \quad (2.50)$$

Für die Beschreibung der zeitlichen Änderung der Temperatur ist die innere Energie

entsprechend Gleichung 2.51 bzw. Gleichung 2.52 umzuformulieren.

$$\begin{pmatrix} dU_1 \\ dU_2 \\ dU_3 \\ dU_4 \\ dU_5 \\ dU_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} dT_1 \\ dT_2 \\ dT_3 \\ dT_4 \\ dT_5 \\ dT_6 \end{pmatrix} \quad (2.51)$$

$$\underline{dU} = \underline{C} \cdot \underline{dT} \quad (2.52)$$

Für die Änderung der Temperatur des betrachteten thermischen Netzwerkes ergibt sich demnach Gleichung 2.53.

$$\frac{dT}{dt} = \underline{C}^{-1} \cdot \underline{I} \cdot \underline{L} \cdot (-1) \cdot \underline{I}^T \cdot \underline{T} \quad (2.53)$$

Randbedingungen des Systems können dem thermischen Netzwerk auf jeden Knoten aufgeprägt werden und als Inputvektor der Gleichung 2.50 zugeführt werden.

## 2.3 Allgemeine Grundlagen der Messtechnik und Messdatenverarbeitung

### 2.3.1 Temperaturmessung

Die Methode der berührenden Temperaturmessung kann durch zwei verschiedene Sensorenarten, Widerstandsthermoelemente und Thermoelemente, erfolgen. Da in der Anlage Thermoelemente des Typs K verbaut sind, wird sich nur auf diese Sensorenart bezogen. Bei der Messung über Thermoelemente handelt es sich um eine vergleichende Messung, bei der der Seebeck-Effekt Anwendung findet [17]. Der prinzipielle Aufbau sowie das Messprinzip eines Thermoelementes ist in Abbildung 8 dargestellt. Sind zwei Leiter aus unterschiedlichen Materialien an einer Messstelle elektrisch miteinander verbunden, so entsteht an einer Vergleichsstelle eine Thermospannung. Die Höhe der Spannung ist von der Temperaturdifferenz zwischen der Mess- und Vergleichsstelle abhängig. Demzufolge wird keine absolute Temperatur gemessen, sondern diese erst durch Umwandlung der gemessenen Temperaturdifferenz ermittelt.

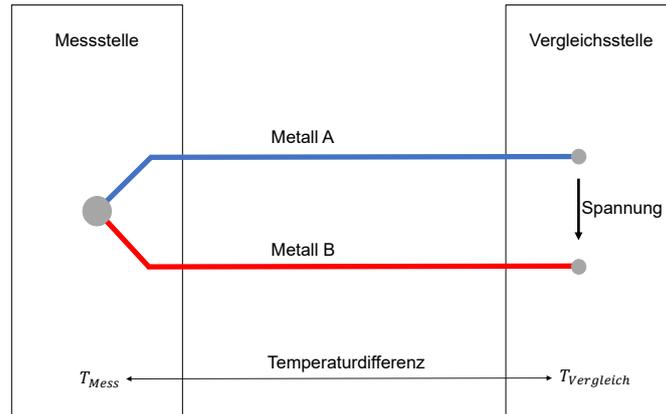


Abbildung 8: Aufbau und Messprinzip eines Thermoelementes

Weiterhin ist die Höhe der Spannung durch die Materialpaarung, welche durch den Typ angegeben wird, bestimmt. Thermoelemente vom Typ K bestehen aus NiCr als positivem Leiter und aus Ni als negativem Leiter. Der Messbereich sowie die zulässigen Grenzabweichungen sind in DIN EN 60548-1 [18] geregelt.

### 2.3.2 Strommessung

Eine Möglichkeit der Strommessung ist die Nutzung des Effektes der magnetischen Induktion. Hierbei erzeugt ein stromdurchflossener Leiter ein Magnetfeld, welches wiederum in einer, den Leiter umgebenden Spule eine Spannung induziert. Die induzierte Spannung, die proportional zur zeitlichen Ableitung des Stromes ist, fungiert als Messgröße. Entsprechend ist der gemessene Wert der Spannung zu integrieren, um den Wert des Stromes zu erhalten.

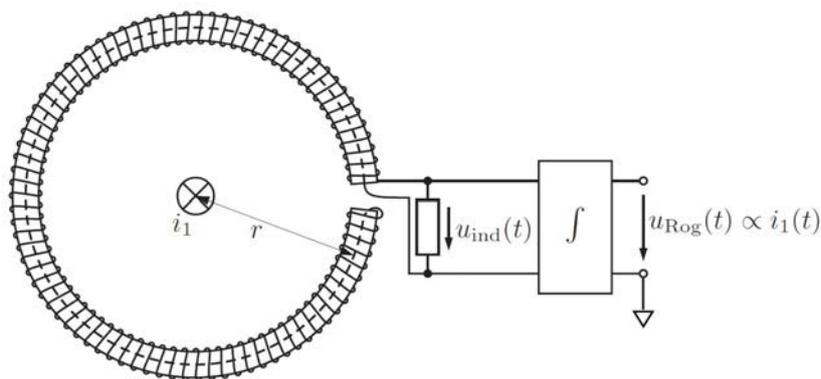


Abbildung 9: Skizze einer Rogowski-Spule [19, S.41]

Eine besondere Ausführung sind Rogowski-Spulen (Abbildung 9), da sie einen paramagnetischen Kern aufweisen und somit eine Luftspule darstellen [19]. Die Messgenauigkeit

der eingesetzten Rogowski-Spulen<sup>1</sup> beträgt 1 Prozent des Messwertes.

### 2.3.3 Massenstrommessung

Für die Messung des Massenstromes wird das Messprinzip des Differenzdruckes durch die Verwendung einer Staudrucksonde angewandt. Für strömende Medien kann der Energieerhaltungssatz über die Bernoulli-Gleichung ausgedrückt werden. Gemäß Gleichung 2.54 ist der Gesamtdruck, der sich aus drei Teildrücken zusammensetzt, entlang einer Stromlinie konstant.

$$p_{ges} = p_{total} + p_{dyn} + p_{stat} = konstant \quad (2.54)$$

Eine Staudrucksonde weist, wie in Abbildung 10 dargestellt, das Prinzip eines Prandtl-Staurohres auf. Über Öffnung in und entgegengesetzt der Strömungsrichtung werden der Total- sowie der Staudruck gemessen.

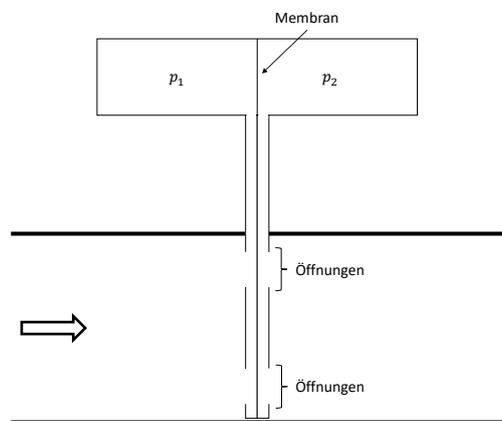


Abbildung 10: Prinzip einer Staudrucksonde

Da sich beide Kammern auf gleicher Höhe und im gleichen Medium befinden, sind Staudruck und statischer Druck identisch. Ein Differenzdruck der Kammern entspricht somit dem dynamischen Druck (Gleichung 2.55) in der Strömung.

$$\Delta p = p_1 - p_2 = p_{dyn} \quad (2.55)$$

Der dynamische Druck (Gleichung 2.56) ist von der Dichte sowie der Geschwindigkeit des strömenden Mediums abhängig. Daher kann aus dem dynamischen Druck die Strömungsgeschwindigkeit gemäß Gleichung 2.57 errechnet werden.

$$p_{dyn} = \frac{\rho}{2} \cdot v^2 \quad (2.56)$$

<sup>1</sup>PhoenixContact PACT RCP-4000A-UIRO-PT-D95

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho}} \quad (2.57)$$

Die Dichte eines idealen Gases kann über Umformulierung der idealen Gasgleichung ermittelt werden.

$$\rho = \frac{p}{R \cdot T} \quad (2.58)$$

Folglich lässt sich die Strömungsgeschwindigkeit durch den gemessenen Differenzdruck sowie Druck und Temperatur an der Messstelle berechnen (Gleichung 2.59).

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p \cdot R \cdot T}{p}} \quad (2.59)$$

Aus dem Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit, Volumenstrom und Fläche (Gleichung 2.60), ist der Massenstrom bestimmbar (Gleichung 2.61).

$$\dot{V} = v \cdot A \quad (2.60)$$

$$\dot{m} = \dot{V} \cdot \rho \quad (2.61)$$

### 2.3.4 Betrachtung der Messunsicherheit und Fehlerfortpflanzung

Die Abweichung zwischen wahrem Wert ( $y_a$ ) und Messwert ( $y_w$ ) wird als Messabweichung oder Messunsicherheit ( $\Delta x$ ) bezeichnet [20]. Die Angabe eines Messwertes ist nur dann vollständig, wenn auch die dazugehörige Messunsicherheit mit angegeben wird. Bei der Angabe der Messunsicherheit sind zwei Varianten möglich. Entweder wird die Abweichung absolut (Gleichung 2.62) oder relativ (Gleichung 2.63) angegeben.

$$\Delta x_{abs} = y_a - y_w \quad (2.62)$$

$$\Delta x_{rel} = \frac{y_a - y_w}{y_w} \quad (2.63)$$

Sofern das gesuchte Messergebnis erst aus Messwerten errechnet werden muss, ist die Messunsicherheit des Messergebnisses über die Betrachtung der Fehlerfortpflanzung zu ermitteln [21, S.173]. Wird das Messergebnis ( $y$ ) als Funktion in Abhängigkeit eines Messwertes ( $x$ ) formuliert (Gleichung 2.64), so kann dessen Abweichung ( $\Delta y$ ) über eine Taylorreihenentwicklung bestimmt werden. Gemäß Gleichung 2.65 ergibt sich die Abweichung aus der partiellen Ableitung der Funktion sowie der bereits bekannten Abweichung des Messwertes ( $\Delta x$ ) [22].

$$y = f(x) \quad (2.64)$$

$$\Delta y = \frac{\delta f(x)}{\delta x} \cdot \Delta x \quad (2.65)$$

Die Berechnung des Gesamtfehlers unter Anwendung des quadratischen Fehlers soll für

zwei Sonderfälle an Funktionen beschrieben werden. Durch die Verwendung des quadratischen Fehlers wird vermieden, dass sich positive und negative Abweichungen aufheben.

Verknüpft die Funktion des Messergebnisses die Messwerte multiplikativ, so addieren sich die relativen Fehler gemäß Gleichung 2.66. Werden die Messwerte hingegen addiert, um das Messergebnis zu erhalten, so addieren sich die absoluten Fehler nach Gleichung 2.67 [22].

$$\Delta y_{abs} = \sqrt{\sum \left( \frac{\delta f(x)}{\delta x_i} \cdot \Delta x_i \right)^2} \quad (2.66)$$

$$\Delta y_{abs} = \sqrt{\sum (\Delta x_i)^2} \quad (2.67)$$

## 2.4 Beschreibung des sensiblen Hochtemperaturspeichers

### 2.4.1 Technologie Hochtemperaturspeicher

Für den Ausbau der Erneuerbaren Energien sowie für die Transformation des Energiesystems sind Energiespeicher, im besonderen Stromspeicher, ein wichtiger Baustein. Eine besondere Art der Stromspeicher stellen Hochtemperaturspeicher dar, da diese aus einer Kombination von Strom- und Wärmespeicher bestehen. Dazu wird der Strom zunächst in Wärme gewandelt. Die Speicherung von thermischer Energie auf hohem Temperaturniveau und dem damit verbundenen hohen Exergieniveau ermöglicht eine Rückverstromung, sodass die Wärme wieder in Strom wandelbar ist. Die Art und Weise des Ein- und Ausspeicherns wird bei den bisher bekannten Pilotprojekten (u.A. Siemens [23]) und Konzepten (u.A. RWE [24]) auf unterschiedlichen Wegen realisiert.

Im Folgenden wird das Funktionsprinzip sowie die technische Umsetzung des THM Speichersystems detailliert erläutert.

### 2.4.2 Funktionsprinzip und technische Umsetzung des THM Speichersystems

Das Speichersystem des Forschungsprojektes High-T-Stor umfasst eine Speicher- sowie eine Rückverstromungseinheit, schematisch dargestellt in Abbildung 11. Die Speichereinheit umfasst einen Feststoff-Wärmespeicher und dient der Einspeicherung elektrischer in thermische Energie. Über einen Gasturbinenprozess erfolgt die Rückverstromung der in der Speichereinheit eingespeicherten thermischen Energie. Weiterhin kann an mehreren Prozesspunkten eine Wärmeauskopplung und somit eine Sektorenkopplung realisiert werden.



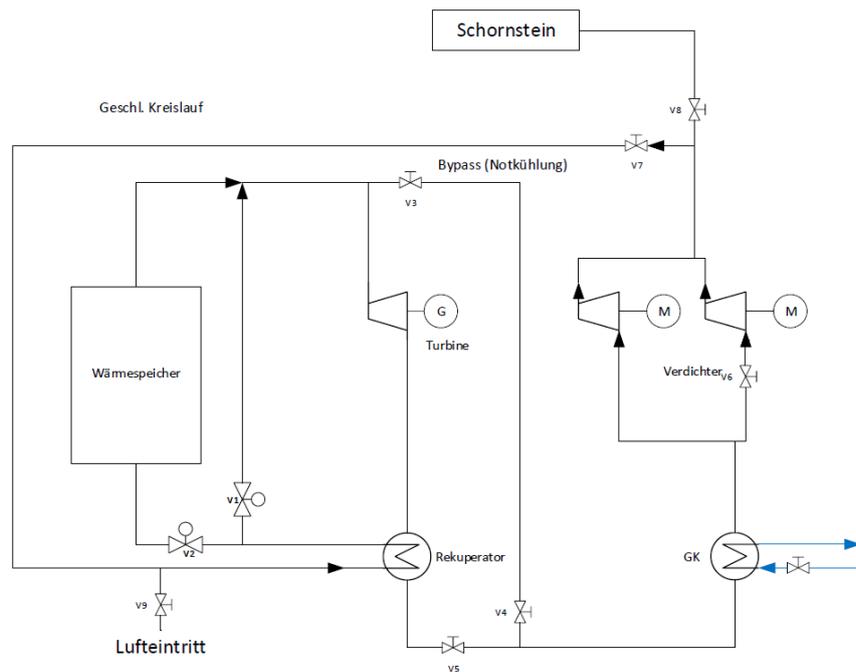


Abbildung 13: Verfahrensfliessbild des v-Prozesses [1]

Nach der Entspannung in den Unterdruck durchströmt die Luft zwei Wärmeübertrager, den Rekuperator zur Wärmerückgewinnung und den Gaskühler zur Absenkung der Verdichtereintrittstemperatur. Die Verdichtung auf Umgebungsdruckniveau erfolgt durch zwei parallel geschaltete Verdichter. Nach Austritt aus den Verdichtern kann die Luft entweder einem Schornstein (offener Kreislauf) oder dem Rekuperator (geschlossener Kreislauf) zugeführt werden. Zur Regelung der Turbineneintrittstemperatur verfügt der Prozess über einen Speicherbypass. Außerdem ist für die Überbrückung der Turbine (Notkühlung) ein Turbinenbypass vorhanden.

### 2.4.3 Konstruktiver Aufbau der Speichereinheit

Für die Entwicklung eines mathematischen Modells des Speichers ist dessen konstruktiver Aufbau (Abbildung 14) sowie die verwendeten Materialien (Tabelle 3) von Interesse.

Kern des Speichers ist ein gemauerter Steinstapel, der die horizontalen Beladungskanäle sowie die vertikalen Strömungskanäle beinhaltet. Für die Verteilung des eintretenden Luftstromes verfügt der Speicher über einen Vorsprung. Die Rückführung der erwärmten Luft erfolgt anhand eines Kaminschachtes auf der Rückseite des Speichers. Als Anschluss an die Rückverstromungseinheit sind für Ein- und Austritt jeweils ein Rohrstutzen samt Flansch angebracht.

Weiterhin steht der Speicher auf einem dreiteiligen Fundament, bestehend aus zwei Schichten Beton sowie einer Stahlplatte. Die Isolierung des Steinstapels erfolgt an den Seiten über eine Schüttung, weshalb der Speicher zur Abgrenzung ein Stahlgerüst mit einer Außenhaut aus Stahlblech aufweist. Auf der Seite der Heizelemente erfolgt die Isolierung

mittels Mineralwolle. Im Deckenbereich ist der Speicher wiederum durch Schüttung isoliert. Entgegen der Darstellung in Abbildung 14 umfasst die Deckenisolierung aktuell keine Dämmwolle mehr.



(a) Konstruktionszeichnung

(b) aufgebauter Speicher

Abbildung 14: Konstruktiver [25] und realer Aufbau des Speichers

Tabelle 3: Übersicht der Kennwerte der verwendeten Materialien

Name	Bezeichnung	$\rho$ [ $\frac{kg}{m^3}$ ]	$c_p$ [ $\frac{J}{kg K}$ ]	$\lambda$ [ $\frac{W}{m K}$ ]	$\epsilon$ [-]	
Stein	Schamotte	2350	1000	1,35	0,75	[26]
Schüttung	Vermiculite	145	838	0,07	0,5	[26]
Stahlblech	S235JR	7800	477	46,5	0,612	[6]
Mineralwolle	SuperWool Plus	128	840	0,1	0,5	[27]
Beton	Feuerfest / Feuerleicht	2000	880	1,35	-	[26]
Heizdraht	FeCrAl	7100	7000	-	0,9	[28]
Luft	-	1,2	1000	0,025	-	[6]

## 3 Modellierung des Speichers

### 3.1 Grundlagen der Modellierung

#### 3.1.1 Modellzweck

Aufgrund der Gegebenheit, dass ein Modell immer nur Teilaspekte der Realität abbilden kann, bestimmt der Modellzweck die Eigenschaften und den Funktionsumfang des Modells. Das hier zu entwickelnde Modell soll die dynamische Betriebssimulation der Demonstrationsanlage des Hochtemperaturspeichers ermöglichen. Entsprechend soll das Modell die thermischen Prozesse des Hochtemperaturspeichers beschreiben und durch entsprechende Wahl der Rand- und Anfangsbedingungen die Betriebsmodi des Hochtemperaturspeichers simulieren. Eine realitätsnahe Abbildung der Speichergeometrie sowie der thermischen Prozesse ist bei der Modellierung anzustreben. Ziel der Modellbildung sowie der anschließenden Simulation des Modells ist die Darstellung der zeitabhängigen örtlichen Temperaturverläufe innerhalb des Speichermaterials sowie die Ermittlung der zeitlichen Entwicklung der Luftaustrittstemperatur. Somit beschränkt sich die physikalisch-technische Problemstellung auf die instationären thermischen Prozesse des Speichers, weshalb das Modell keine strömungsdynamische Betrachtung aufweist.

#### 3.1.2 Art der Modellierung

Um die in Kapitel 3.1.1 genannten Anforderungen zu erfüllen, wird auf ein gleichungsorientiertes White-Box-Modell zurückgegriffen, sodass in Abhängigkeit der Eingangsgrößen und Randbedingungen das Verhalten innerhalb des betrachteten Systems modelliert wird [29].

Zur Ermittlung der zeitabhängigen Temperaturverteilung wird die Methode der Blockkapazität [3, 7, 8] angewandt, sodass die Temperaturänderung über die Änderung der inneren Energie beschrieben wird. Da bei dieser Methode die Zustandsgrößen im Schwerpunkt konzentriert sind, wird das daraus entstandene System auch als System mit konzentrierten Parametern bezeichnet.

Die Ortsdiskretisierung erfolgt über die Zerteilung der Speichereinheit in finite Volumina. Durch die Anwendung eines zylindrischen Schichtmodells für den Festkörper des Speichers weist das Modell zwei unterschiedliche Koordinatensysteme (kartesische Koordinaten sowie Zylinderkoordinaten) auf.

Um die Wechselwirkung zwischen den einzelnen Volumina und zur Umgebung hin zu beschreiben, wird das Speichermodell als thermisches Netzwerk basierend auf der Graphentheorie formuliert.

Bei der Modellierung wird auf eine strömungsdynamische Betrachtung verzichtet, um die Komplexität des Modells gering zu halten. Die Strömung innerhalb des Modells wird als Enthalpietransport modelliert.

### 3.1.3 Grenzen der Modellierung

Die vereinfachte Abbildung der Realität durch ein Modell führt dazu, dass jedes Modell Grenzen aufweist. Technisch gesehen liegen diese Grenzen darin, dass nicht alle sondern nur die für am wichtigsten befunden Vorgänge abgebildet werden.

Es ist dabei stets ein Kompromiss zwischen Komplexität und Aussagefähigkeit des Modells zu finden. Neben diesen technisch-physikalischen Grenzen existieren auch mathematische und hardwaretechnische Grenzen.

#### Technisch-physikalische Grenzen

- keine strömungsdynamische Betrachtung
- keine temperaturabhängigen Stoffwerte
- keine Betrachtung von Strahlungsaustausch zwischen Festkörperoberflächen

#### Mathematische Ungenauigkeiten und hardwaretechnische Grenzen

- keine analytische Berechnung, sondern numerische
- Simulationsergebnisse weisen numerische Ungenauigkeiten auf
- Modellgröße durch Speicherplatzkapazität beschränkt

## 3.2 Evolution des Speichermodells

### 3.2.1 Modell Beladungskanal

Für die Betrachtung des Beladungsprozesses sowie die simulative Untersuchung der Einflussparameter auf die Beladung wurde zunächst ein Modell des Beladungskanales<sup>2</sup> aufgebaut. Die betrachteten Einflussparameter sind die elektrische Leistung der Heizelemente, die Wärmeübertragungsfläche sowie die Schichtdicke des Materials. Für das Modell wurde der quaderförmige Beladungskanal, wie in Abbildung 15 zu sehen, in ein zylindrisches Schichtmodell überführt.

---

<sup>2</sup>durch Herrn Dipl.Ing (FH) Sergej Herzog, M.Sc.

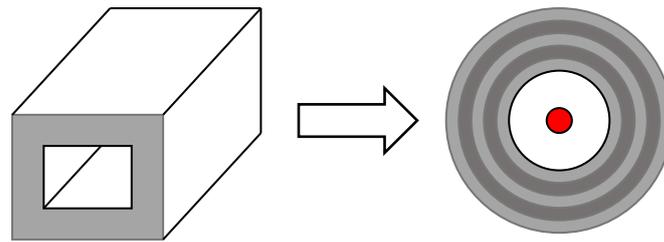


Abbildung 15: Überführung des Beladungskanals in ein zylindrisches Schichtmodell

Durch diese Überführung konnte das dreidimensionale Problem in ein eindimensionales Problem überführt werden, da nun allein der Temperaturverlauf in radialer Richtung von Interesse ist. Entsprechend beschreibt der Graph in Abbildung 16 das thermische Netzwerk des zylindrischen Schichtmodells.

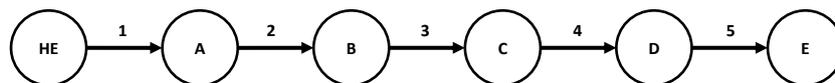


Abbildung 16: Graph des Beladungskanals

Der erste Knoten (HE) stellt das Heizelement dar, welches über Strahlung (Kante 1) die Oberfläche des Zylinders (Knoten A) erwärmt. Die so an die Oberfläche übertragene thermische Energie wird mittels Wärmeleitung in die restlichen Knoten transportiert. Bei adiabaten Randbedingungen symbolisiert der letzte Knoten (E) eine Festkörperschicht, bei nicht-adiabaten Randbedingungen die Umgebung.

Die Ergebnisse sowie Erkenntnisse der simulativen Untersuchung sind [30, 31] zu entnehmen.

### 3.2.2 Modell Kanalsegment

Der erste Ansatz eines Gesamtmodells<sup>3</sup> verfolgte das Ziel, die thermischen Prozesse innerhalb eines Kanalsegments des Speichers darzustellen und somit vor allem Aufschluss, über das Materialverhalten während der verschiedenen Prozesse zu geben.

Für das Modell wurde ein Kanalsegment, wie Abbildung 17 zu entnehmen, durch regelmäßige Hexaeder aufgebaut. Dabei besteht die Fläche in der x-y-Ebene aus 12 Hexaedern

<sup>3</sup>durch Herrn Dipl.Ing (FH) Sergej Herzog, M.Sc.

und das Kanalsegment baut sich entlang der z-Koordinate aus fünf Schichten auf. Die im Kanalsegment fehlenden Hexaedern entsprechen dem Strömungskanal.

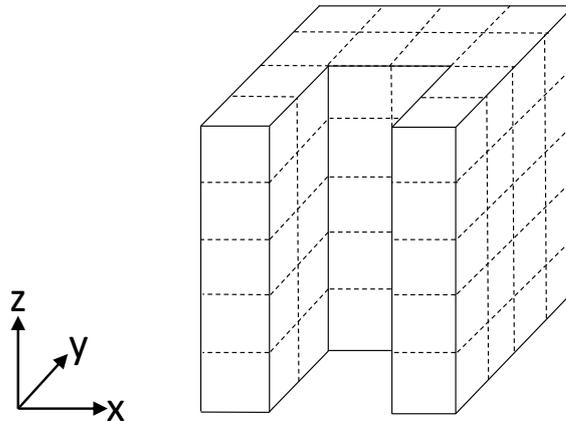


Abbildung 17: Unterteilung des Kanalsegments in regelmäßige Hexaeder

In Abbildung 18 ist der Graph des Kanalsegmentes für die x-y-Ebene dargestellt, weitere Kanten existieren in z-Richtung.

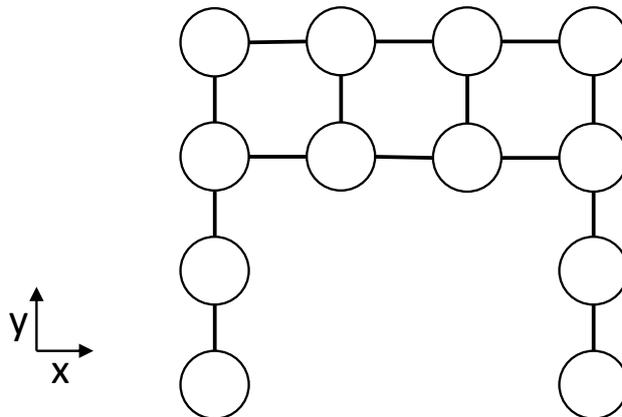


Abbildung 18: Graph des Kanalsegments in der x-y-Ebene

Dieser kleinteilige Modellaufbau sollte eine genaue Betrachtung der Prozesse innerhalb des Materials sowie des Strahlungsverhaltens der Oberfläche ermöglichen. Durch das Zusammensetzen einzelner Kanalsegmente sollte der Speicher entstehen. Das Modell arbeitet weiterhin mit adiabaten Randbedingungen, weshalb keine Wechselwirkungen mit der Umgebung betrachtet werden. Eine Realisierung des Modells wurde zwar zunächst verfolgt, allerdings nicht fertiggestellt. Knackpunkte des Modells sind das Zusammensetzen der Kanalsegmente, die Formulierung und Implementierung der Entladung sowie der für die Simulation benötigte Speicherplatz. Der benötigte Speicherplatz sowie der zeitliche Rechenaufwand gehen mit der verwendeten Formulierung mit schwachbesetzten Matrizen

einher. Für ein simulationsfähiges Modell muss also eine alternative Formulierung dieser Matrizen, die sowohl den benötigten Speicherplatz wie auch den zeitlichen Rechenaufwand reduziert, gefunden werden.

### 3.2.3 Modell mit einer Festkörperschicht

Das Modell des Kanalsegments weist mehrere Schwachpunkte auf und ist in seiner Form nicht für die dynamische Betriebssimulation des Speichers verwendbar. Anstelle eines kleinteiligen Modellaufbaus, wurde bei diesem Modell der Ansatz gewählt, den gesamten Speicher darzustellen. Entsprechend wurde der Speicher anhand seiner konstruktiven Struktur grob unterteilt. Diese Unterteilung ist in Abbildung 19 dargestellt. Jedes Segment des Speichers wird als Zylinder mit zwei Schichten dargestellt, die erste Schicht modelliert die Oberfläche und die zweite Schicht den Festkörper.

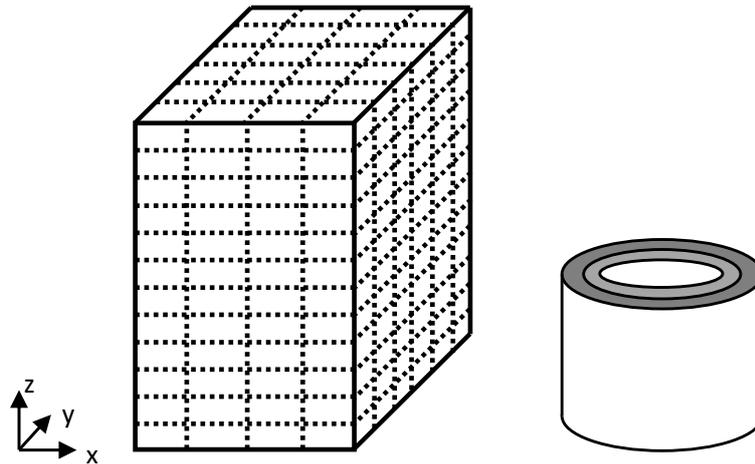


Abbildung 19: Aufteilung des Speichers im Modell mit einer Festkörperschicht

Die Aufteilung umfasst in x-Richtung vier Segmente, in y-Richtung sechs Segmente sowie in z-Richtung 12 Segmente. Entsprechend umfasst dieses Modell des Speichers 288 Zylinder. Die Anzahl der Knoten summiert sich unter Berücksichtigung der Heizelemente, der Strömungskanäle sowie der Umgebung auf 972 Knoten. Gegenüber dem Modell des Kanalsegments konnte die Anzahl der Knoten, die den gesamten Speicher beschreibt, gesenkt werden, allerdings sind benötigter Speicherplatz sowie der zeitliche Rechenaufwand immer noch als Probleme anzusehen. Hinzu kommt, dass durch die Beschreibung des Festkörpers mit nur einer Schicht dessen Trägheit im Modell nicht berücksichtigt wird. Dass die Trägheit des Systems eine Rolle spielt, konnte bereits durch die simulative Untersuchung am Modell des Beladungskanales nachgewiesen werden [30].

### 3.2.4 Modell mit mehreren Festkörperschichten

Für die Berücksichtigung der Trägheit des Systems ist der Festkörper als mehrschichtiger Zylinder zu modellieren. Die Anzahl der Zylinderschichten wird in diesem Modell auf vier erhöht, wie es in Abbildung 20 dargestellt ist. Ansonsten bleibt der Aufbau und die Unterteilung des Speichers, wie in Abbildung 19 zu sehen, bestehen. Somit besteht auch in diesem Modell der Speicher nur aus idealisierten Zylindern.

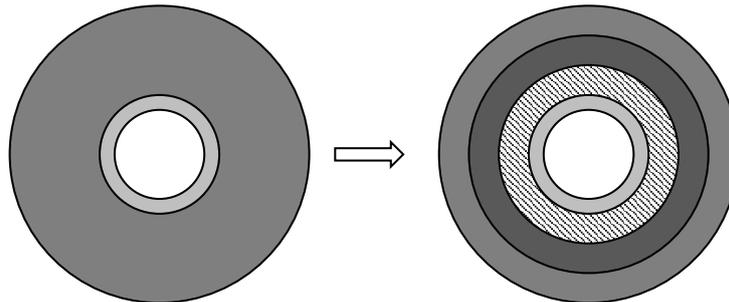


Abbildung 20: Erweiterung der Schichten des Zylinders

Durch diese Erweiterung der Zylinderschichten bildet das Modell nun die Trägheit des Systems aufgrund Wärmeleitung innerhalb des Festkörpers ab und umfasst durch die Ergänzung 1548 Knoten. Durch die Berücksichtigung der Umgebung als Knoten des Systems wird auch die Wechselwirkung des Speichers mit dieser berücksichtigt. Auf Seiten der Modellierung kann der Speicher nicht weiter reduziert werden, da sonst wichtige Eigenschaften (z.B. Trägheit) des Systems nicht abgebildet werden. Im Gegenteil ist das Modell noch um die Kapazitäten der Isolierung sowie weiterer konstruktiver Details zu erweitern, um das reale Speicherverhalten abbilden zu können.

Folglich sind die Problematiken des benötigten Speicherplatzes sowie des zeitlichen Rechenaufwandes nicht durch die Art der Modellierung sondern durch die Art der Simulation zu lösen.

### 3.2.5 Modell mit Isolierung sowie Luftsammler und Luftverteiler

Wurde bei den beiden vorherigen Modellen nur der Festkörper im Bereich der Heizebenen betrachtet, werden in diesem Modell weitere Kapazitäten, die Einfluss auf das Verhalten des Speichers haben, berücksichtigt. Hierbei handelt es sich um die Isolierung sowie die Luftverteiler mit Fundament sowie den Luftsammler mit der Isolierung im Deckenbereich. Auch diese Speicherbestandteile weisen eine Kapazität auf und erwärmen oder kühlen sich ab. Die hierfür benötigte Energie ist somit während des Beladevorganges zusätzlich auf-

zubringen. Da der Speicher aufgrund seines konstruktiven Aufbaus über keine Symmetrie verfügt, müssen diese Speicherbestandteile einzeln betrachtet werden und können nicht zusammengefasst werden.

Dieses Modell ist Gegenstand und Kernstück der vorliegenden Arbeit und wird daher im folgenden Abschnitt ausführlich erläutert.

### **3.3 Aufbau und Formulierung als thermisches Netzwerk**

#### **3.3.1 Einleitung**

Für den Aufbau und die Formulierung als thermisches Netzwerk ist der Speicher zunächst zu diskretisieren und somit in finite Volumen zu überführen. Ausgehend von der Diskretisierung können anschließend die Knoten des Netzwerkes definiert und kategorisiert werden. Damit einhergehend werden die relevanten Eigenschaften der Knoten wie die Kapazität und die Abmaße in allen Raumrichtungen bestimmt. Darauf aufbauend werden die Kanten als Verbindung zwischen den Knoten definiert und analog zu den Knotentypen kategorisiert. Weiterhin werden auch für die Kanten die relevanten Eigenschaften, in diesem Falle die Art der Wärmeübertragung, die Schaltung der Widerstände sowie die Leitwerte der Widerstände bestimmt. Durch die Knoten und Kanten ist das thermische Netzwerk in sich definiert, sodass abschließend noch die Randbedingungen des Systems festgelegt werden müssen. Ergebnis dieser Definitionen sind die Struktur und die Eigenschaften des Modells. Im nächsten Schritt ist ausgehend von diesen grundlegenden Betrachtungen die Bilanzierung sowie die mathematische Formulierung des Systems vorzunehmen. Als Abschluss sowie zur Überleitung zur Simulation werden noch der Speicherbedarf sowie Rechenaufwand des Modells betrachtet und Möglichkeiten der Optimierung dieser Parameter beschrieben.

#### **3.3.2 Diskretisierung des Speichers**

Die Diskretisierung des Speichers erfolgt zunächst entlang der Höhenkoordinate  $z$  und teilt den Speicher in Schichten ein, siehe Abbildung 21.

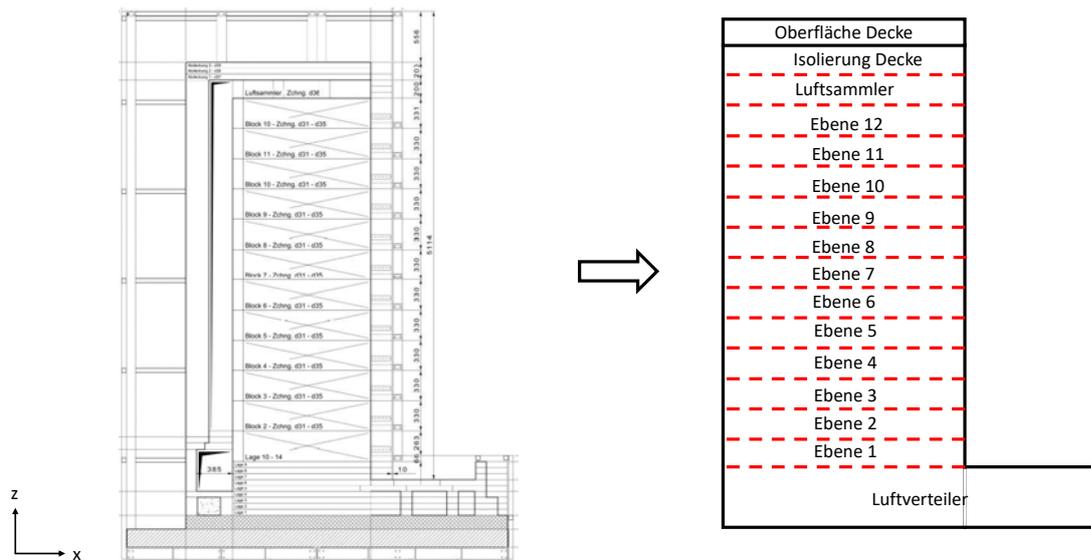


Abbildung 21: Diskretisierung des Speichers entlang der z-Koordinate, Konstruktionszeichnung aus [25]

In der x-y-Ebene wird die Speicherkonstruktion, wie in Abbildung 22 abgebildet, zunächst grob in die Bereiche Festkörper, Isolierung und Oberfläche eingeteilt.

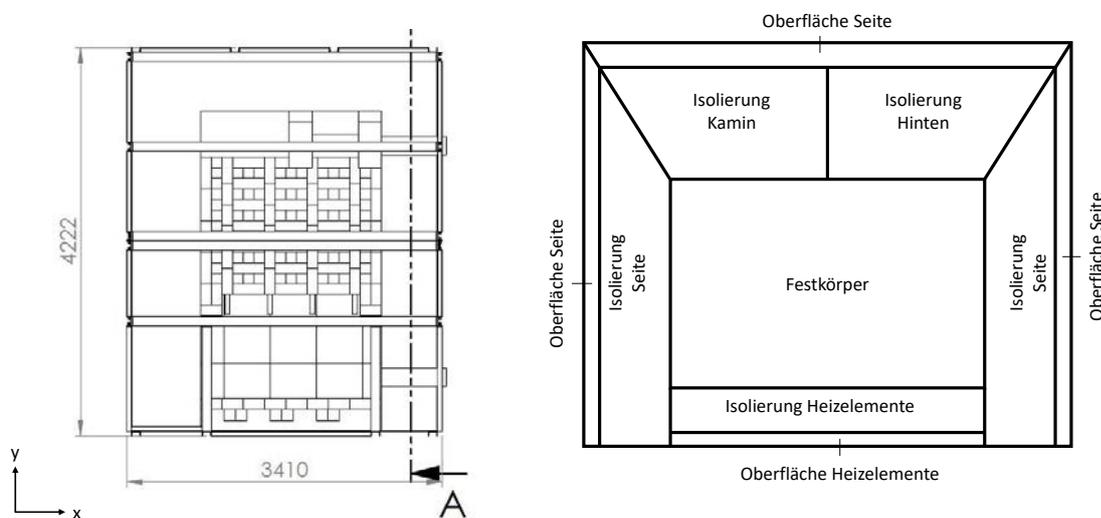


Abbildung 22: Aufteilung der Speicherkonstruktion in der x-y-Ebene, Konstruktionszeichnung aus [25]

Im nächsten Schritt erfolgt die Diskretisierung innerhalb der x-y-Ebene. Diese erfolgt gemäß der Anzahl der Heizelemente sowie der Strömungskanäle, sodass in x-Richtung eine Unterteilung in vier Segmente und in y-Richtung in sechs Segmente vollzogen wird.

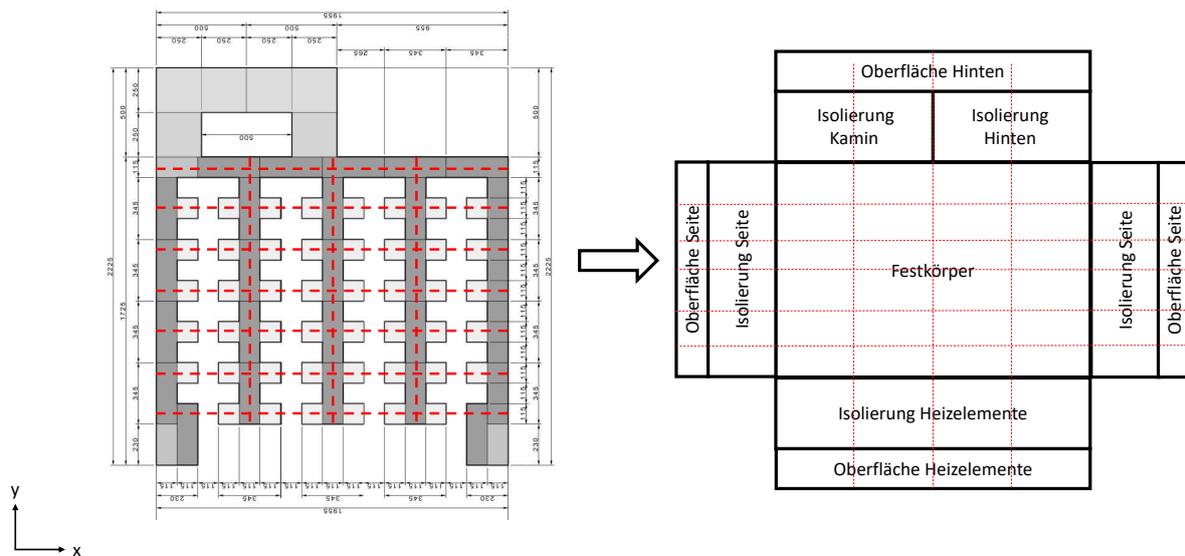


Abbildung 23: Diskretisierung des Speichers in der x-y-Ebene, Konstruktionszeichnung aus [25]

Weiterhin wird jedes Segment des Festkörpers als mehrschichtiger Zylinder modelliert, dabei besteht der Zylinder aus vier Schichten. Diese Überführung der kartesischen Koordinaten in Zylinderkoordinaten reduziert die zu betrachtenden Dimensionen auf eine Dimension.

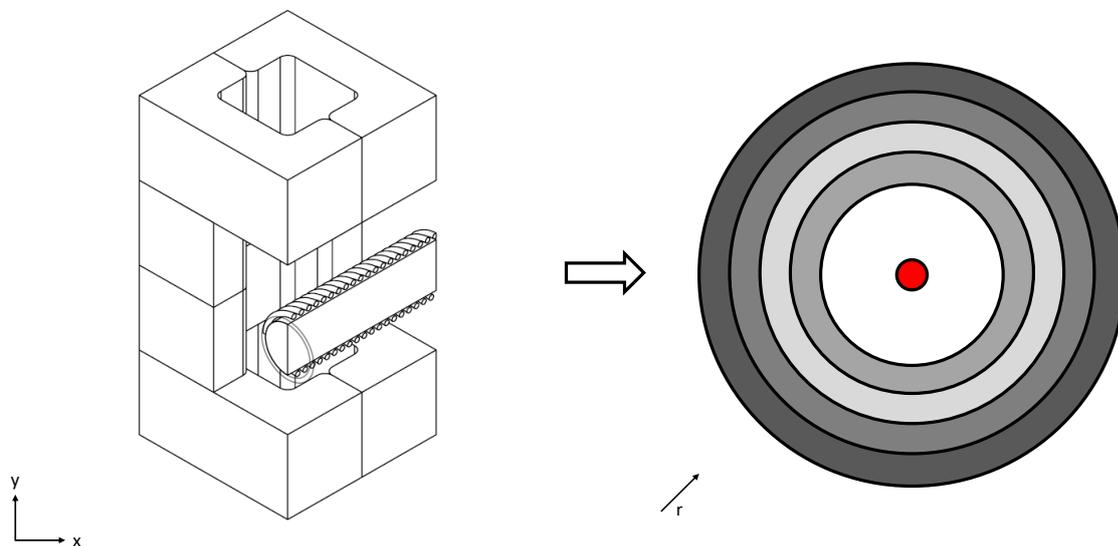


Abbildung 24: Diskretisierung eines Segments als Zylinder

Ein mehrschichtiger Zylinder ist notwendig, um einerseits die Oberfläche für die Beladung mittels thermischer Strahlung und andererseits die Wärmeleitung innerhalb des Festkörpers zu modellieren.

### 3.3.3 Definition der Knoten

#### Knotentypen

Die Diskretisierung des Speichers in finite Volumen wird im Modell durch die Definition von Knoten umgesetzt. Bedingt durch den realen Speicheraufbau besteht das Modell aus 20 bzw. 21 unterschiedlichen Knoten. Die gemauerte Isolierungsbegrenzung  $kr$  ist eine konstruktive Besonderheit der Demonstrationsanlage, die aus technischen Gründen eingebaut werden musste. Die Struktur des Modells umfasst zwei Fälle (Gleichung 3.1), wodurch sich die Anzahl der Knoten und Kanten je nach Betrachtungsfall unterscheidet.

$$Fall = \begin{cases} 1 & \text{falls Isolierungsbegrenzung betrachtet wird} \\ 0 & \text{falls Isolierungsbegrenzung nicht betrachtet wird} \end{cases} \quad (3.1)$$

Eine Übersicht und Beschreibung der Knoten ist Tabelle 4 und eine Einteilung in fünf Knotentypen Tabelle 5 zu entnehmen.

Tabelle 4: Übersicht der Knoten des Modells

Name	Beschreibung	Material
<i>ober</i>	Oberfläche des Festkörperzylinders	Stein
<i>fest1</i>	1.Schicht des Festkörperzylinders	Stein
<i>fest2</i>	2.Schicht des Festkörperzylinders	Stein
<i>fest3</i>	3.Schicht des Festkörperzylinders	Stein
<i>kr</i>	gemauerte Isolierungsbegrenzung	Stein
<i>iso<sub>s</sub></i>	Isolierung an den Speicherseiten	Schüttung
<i>iso<sub>k</sub></i>	Isolierung am Kaminschacht	Schüttung
<i>iso<sub>h</sub></i>	Isolierung auf der Speicherrückseite	Schüttung
<i>iso<sub>he</sub></i>	Isolierung auf der Heizelementseite	Schüttung
<i>iso<sub>de</sub></i>	Deckenisolierung	Schüttung
<i>oss</i>	Oberfläche an den Speicherseiten	Stahlblech
<i>osh</i>	Oberfläche der Speicherrückseite	Stahlblech
<i>oshe</i>	Oberfläche der Heizelementseite	Mineralwolle
<i>osd</i>	Oberfläche der Decke	Stahlblech
<i>boden</i>	Fundament des Speichers	Beton
<i>halle</i>	Umgebung seitlich des Speichers	Luft
<i>decke</i>	Umgebung oberhalb des Speichers	Luft
<i>heiz</i>	Heizelemente	FeCrAl
<i>fluid</i>	Strömungskanal	Luft
<i>ls</i>	Ebene des Luftsammlers	Stein
<i>e</i>	Vorsprung des Luftverteilers (Einlass)	Stein

Tabelle 5: Übersicht der Knotentypen

Festkörper	Isolierung	Oberfläche	Umgebung	Sonstige
<i>ober</i>	<i>iso<sub>s</sub></i>	<i>oss</i>	<i>boden</i>	<i>heiz</i>
<i>fest1</i>	<i>iso<sub>k</sub></i>	<i>osh</i>	<i>halle</i>	<i>fluid</i>
<i>fest2</i>	<i>iso<sub>h</sub></i>	<i>oshe</i>	<i>decke</i>	<i>ls</i>
<i>fest3</i>	<i>iso<sub>he</sub></i>	<i>osd</i>		<i>e</i>
<i>kr</i>	<i>iso<sub>de</sub></i>			

Im Folgenden werden für die einzelnen Knotentypen die charakteristischen Größen dargestellt, aus denen sich die Kapazitäten der einzelnen Knoten berechnen.

## Festkörperknoten

Die Festkörperknoten modellieren die vier Schichten des Zylinders sowie die gemauerte Isolierungsbegrenzung auf der Seite der Heizelemente in den Ebenen des Luftsammlers sowie der Deckenisolierung.

Bei der Überführung der realen Speichergeometrie in das zylindrische Schichtmodell werden die folgenden charakteristischen Größen beibehalten.

$$m_{real} = m_{Zylinder} = 51,28 \text{ kg} \quad (3.2)$$

$$C_{real} = C_{Zylinder} = 51279,9375 \frac{J}{K} \quad (3.3)$$

$$A_{i_{real}} = A_{i_{Zylinder}} = 0,27324 \text{ m}^2 \quad (3.4)$$

$$A_{a_{real}} = A_{a_{Zylinder}} = 0,42504 \text{ m}^2 \quad (3.5)$$

$$h_{real} = h_{Zylinder} = 0,33 \text{ m} \quad (3.6)$$

Damit diese Größen konstant gehalten werden können, ist die Dichte des Zylinders geringer als die reale Dichte.

$$\rho_{real} = 2350 \frac{kg}{m^3} \quad (3.7)$$

$$\rho_{Zylinder} = 2006,18 \frac{kg}{m^3} \quad (3.8)$$

Die Schichtdicke der einzelnen Zylinderschichten ist gemäß Tabelle 6 als prozentualer Wert an der Gesamtschichtdicke, die 0,0731 m beträgt, angegeben.

Tabelle 6: Schichtdicke und Radien der Zylinderknoten

Knoten	$s$ [%]	$s$ [m]	$r_i$ [m]	$r_a$ [m]
ober	4	0,0029	0,1318	0,1347
fest1	32	0,0234	0,1347	0,1581
fest2	32	0,0234	0,1581	0,1816
fest3	32	0,0234	0,1816	0,2050

Ausgehend von den Radien lassen sich die einzelnen Grundflächen, zusammen mit der Höhe des Zylinders die Volumina und anschließend die Masse sowie die Kapazität der Knoten berechnen. Die entsprechenden Werte sind in Tabelle 7 aufgelistet.

Tabelle 7: Kenngrößen der Zylinderknoten

Knoten	$A_{Grund} [m^2]$	$V_i [m^3]$	$\rho [kg/m^3]$	$m_i [kg]$	$c_p [J/(kg K)]$	$C_i [J/K]$
<i>ober</i>	0,0025	0,0008	2006,18	1,6231	1000	1623,1215
<i>fest1</i>	0,0216	0,0071	2006,18	14,2692	1000	14269,2000
<i>fest2</i>	0,0250	0,0083	2006,18	16,5523	1000	16552,2720
<i>fest3</i>	0,0285	0,0094	2006,18	18,8353	1000	18835,3440

Die gemauerte Isolierungsbegrenzung ist aus Normalsteinen aufgebaut und wird innerhalb des Modells in acht Knoten zerlegt. Ihre Grundfläche beträgt  $0,25m^2$  und ihre Höhe  $0,95 m$ . Entsprechend ergeben sich für den Knoten *kr* Kenngrößen gemäß Tabelle 8.

Tabelle 8: Kenngrößen des Knoten *kr*

Knoten	$A_{Grund} [m^2]$	$V_i [m^3]$	$\rho [kg/m^3]$	$m_i [kg]$	$c_p [J/(kg K)]$	$C_i [J/K]$
<i>kr</i>	0,25	0,0296	2350	69,7656	1000	69765,625

## Isolierungsknoten

Insgesamt werden im Modell sechs Isolierungsarten und somit sechs Isolierungsknoten betrachtet. Diese umfassen die fünf Isolierungsarten in der x-y-Ebene wie sie Abbildung 25 zu entnehmen sind sowie die Isolierung der Decke, die in z-Richtung eine eigene Ebene darstellt. Mit Ausnahme der Isolierung am Kamin<sup>4</sup> sowie der Isolierung der Heizelemente sind alle Isolierungen als Schüttung mit dem Material Vermiculite ausgeführt. Materialeigenschaften sind in Tabelle 3 auf Seite 24 aufgelistet.

Die Isolierung der Heizelemente besteht aus einer Schicht an Mineralwolle und die Isolierung am Kamin ist eine Kombination aus Mauerung und Schüttung. Die Abmaße, die für die Berechnung der einzelnen Volumina (Gleichung 3.9) verwendet wurden, sind in Abbildung 25 dargestellt. Weiterhin sind die Isolierungen gemäß Abbildung 23 in zwei, vier und sechs Knoten pro Ebene aufgeteilt.

$$V_i = \frac{A_{Grund} \cdot h_{real}}{n_{knoten}} \quad (3.9)$$

<sup>4</sup>Thermosiphon

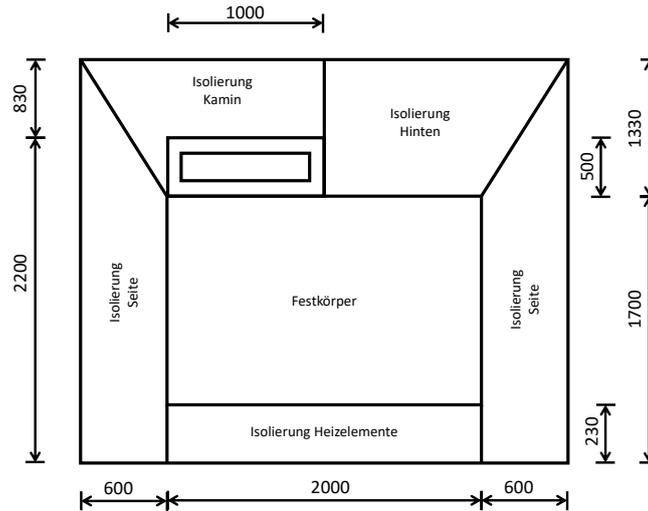


Abbildung 25: Abmaße der Isolierung

Tabelle 9: Kenngrößen der Isolierungsknoten

Knoten	$V_i$ [ $m^3$ ]	$\rho$ [ $kg/m^3$ ]	$m_i$ [ $kg$ ]	$c_p$ [ $J/(kg K)$ ]	$C_i$ [ $J/K$ ]
$iso_s$	0,0780	145	11,3165	838	9483,24
$iso_h$	0,4502	145	65,2913	838	54714,13
$iso_{he}$	0,0037	128	0,4857	840	408,03
$iso_{de}$	0,0779	145	11,2979	838	9467,65
$iso_k$	0,3677 0,0515	145 2350	53,3288 121,1718	838 1000	165861,43

## Oberflächenknoten

Das Modell umfasst Oberflächenknoten, damit der Wärmeverlust über Strahlung betrachtet werden kann. An den Seiten ist die Außenhaut mittels Stahlblechen ausgeführt, die Speicherdecke schließt mit der Schüttung ab und an der Seite der Heizelemente rundet die Mineralwolle den Speicher ab. Für alle Oberflächen wurde eine Schichtdicke von fünf Millimetern festgelegt.

Tabelle 10: Kenngrößen der Oberflächenknoten

Knoten	$V_i$ [ $m^3$ ]	$\rho$ [ $kg/m^3$ ]	$m_i$ [ $kg$ ]	$c_p$ [ $J/(kg K)$ ]	$C_i$ [ $J/K$ ]
$oss$	0,0011	7800	9,1	477	4340,7
$osh$	0,00175	7800	13,65	477	6511,05
$oshe$	0,0016	128	0,2057	840	172,8
$osd$	0,0010	145	0,1482	838	124,27

## Umgebungsknoten

Um die Wechselwirkungen des Speichers mit der Umgebung zu berücksichtigen, wird die Umgebung als Teil des Systems betrachtet und in Knoten dargestellt. Zur Unterscheidung sind in Tabelle 5 drei Arten von Umgebungsknoten definiert worden. Die Berechnung ihrer Kapazität orientiert sich an den jeweiligen Abmaßen der Halle, in der der Speicher steht. Wobei eine Abschätzung nach oben getroffen wird, um die Erwärmung der Umgebung gering zu halten. Alternativ können Umgebungsknoten durch eine unendlich hohe Kapazität als konstante Knoten definiert werden [16]. Das Fundament des Speichers wird durch den Umgebungsknoten *boden* modelliert.

Tabelle 11: Kenngrößen der Umgebungsknoten

Knoten	$V_i [m^3]$	$\rho [kg/m^3]$	$m_i [kg]$	$c_p [J/(kg K)]$	$C_i [J/K]$
<i>halle</i>	8333,33	1,2	10000	1000	$10 \cdot 10^6$
<i>decke</i>	833,33	1,2	1000	1000	$1 \cdot 10^6$
<i>boden</i>	9,6	2000	19200	880	$16,896 \cdot 10^6$

## Sonstige Knoten

Die restlichen Knoten modellieren die Heizelemente, die Fluidknoten sowie den Luftsammler und den Einlass.

Tabelle 12: Kenngrößen der sonstigen Knoten

Knoten	$V_i [m^3]$	$\rho [kg/m^3]$	$m_i [kg]$	$c_p [J/(kg K)]$	$C_i [J/K]$
<i>heiz</i>	$118 347 \cdot 10^{-6}$	7100 2350	0,84 0,82	700 1000	1401,39
<i>fluid</i>	0,0087285	1,2	$10,4742 \cdot 10^{-3}$	1000	10,47
<i>ls</i>	0,0321 0,0178	2350 1,2	75,51 0,04	1000 1000	75544,06
<i>e</i>	0,4711 0,5689	2350 1,2	1107,03 0,68	1000 1000	$1,1 \cdot 10^{-6}$

### 3.3.4 Definition der Kanten

#### Einteilung der Kanten

Die Einteilung und somit die Definition der Kanten erfolgt entsprechend der Art der Wärmeübertragung zwischen den beiden Knoten, die die betrachtete Kante verbindet. Aufgrund der Formulierung als thermisches Netzwerk, handelt es sich um gerichtete Kanten. In Abbildung 26 ist die Einteilung der Kanten gemäß der Art der Wärmeübertragung dargestellt, eine Übersicht aller Kanten ist in Tabelle 7 und Tabelle 60 zu finden.

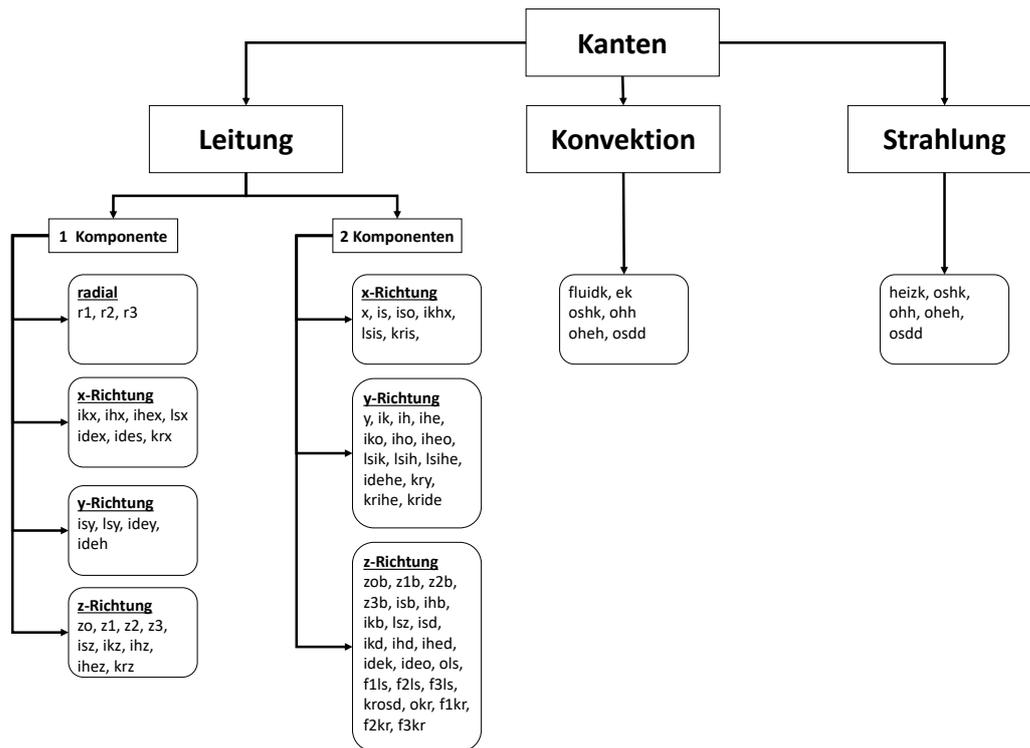


Abbildung 26: Einteilung der Kanten nach Art der Wärmeübertragung

Beispielhaft sind Knoten und Kanten innerhalb eines Zylinders in Abbildung 27 sowie Knoten und Kanten in einer Ebene in Abbildung 28 dargestellt. Die Richtung der Kanten entspricht innerhalb des Festkörpers der jeweiligen positiven Koordinatenrichtung und sonst der angenommenen, sich einstellenden Richtung der Wärmeströme.

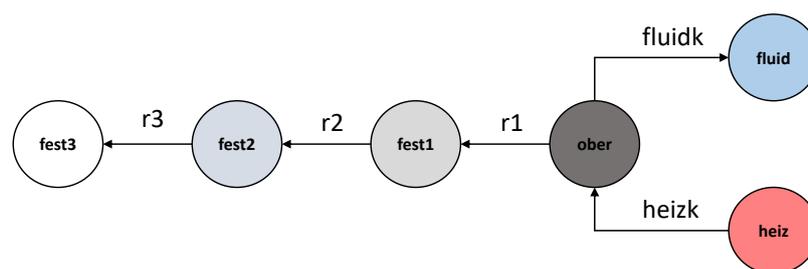


Abbildung 27: Knoten und Kanten innerhalb eines Zylinders

Beiden Abbildungen kann die grundlegende Struktur des Modells entnommen werden. Die Darstellung des Zylinders sowie die Benennung der Kanten in Abbildung 27 verdeutlichen die, für diesen Teil des Modells gewählten, Zylinderkoordinaten. Der Modellaufbau, wie Abbildung 28 darstellt, erfolgt in kartesischen Koordinaten.

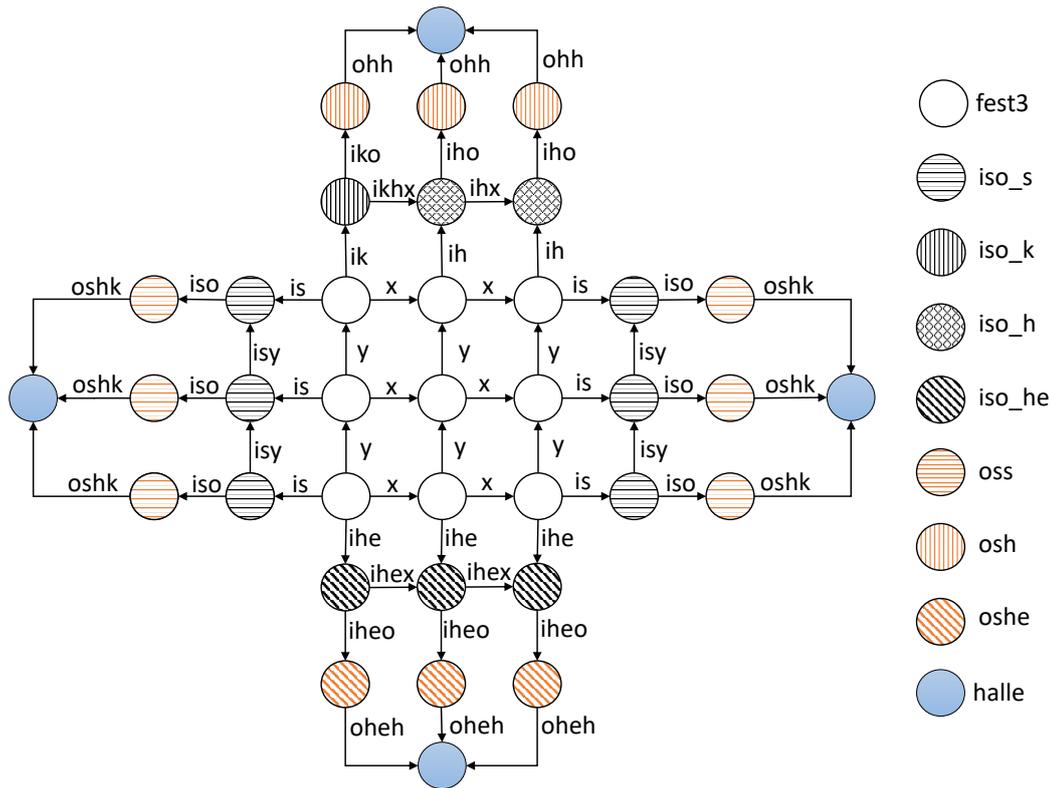


Abbildung 28: Benennung und Lage der Kanten

## Kanten der Wärmeleitung

Für die Bestimmung der Leitwerte der einzelnen Kanten werden zunächst die Wärmeleitwiderstände (Gleichung 2.2) bestimmt. Bei der Betrachtung der Leitung zwischen zwei unterschiedlichen Komponenten wird eine Reihenschaltung der Widerstände betrachtet, sodass sich deren Wert gemäß Gleichung 2.4 summiert. In radialer Richtung erfolgt die Bestimmung der Wärmeleitwiderstände gemäß Gleichung 2.7, wohingegen in den kartesischen Koordinatenrichtung Gleichung 2.6 zur Anwendung kommt.

Entsprechend der Einteilung der Kanten nach Art der Wärmeübertragung (Abbildung 26) werden die für die Berechnung der Leitwerte erforderlichen Größen sowie der Wärmewiderstand der jeweiligen Kanten bestimmt. In Tabelle 13 sind die Leitwerte der radialen Wärmeleitung aufgelistet.

Tabelle 13: Leitwerte der Leitung in radialer Richtung

Kante	$l$ [m]	$r_a$ [m]	$r_i$ [m]	$\lambda$ [ $\frac{W}{mK}$ ]	$R$ [ $\frac{K}{W}$ ]	$L$ [ $\frac{W}{L}$ ]
$r_1$	0,33	0,1464	0,1332	1,35	0,0337	29,68
$r_2$	0,33	0,1699	0,1464	1,35	0,0530	18,86
$r_3$	0,33	0,1933	0,1699	1,35	0,0462	21,66

Für die Leitwerte der ebenen Wärmeleitung erfolgt eine weitere Unterteilung, je nachdem ob sich der Leitwert aus einem Wärmewiderstand (Tabelle 14) oder aus einer Reihenschaltung von Wärmewiderständen (Tabelle 15) ergibt.

Tabelle 14: Leitwerte entlang der kartesischen Koordinaten bei einem Widerstand

Kante	$A$ [ $m^2$ ]	$s$ [ $m$ ]	$\lambda$ [ $\frac{W}{mK}$ ]	$R$ [ $\frac{K}{W}$ ]	$L$ [ $\frac{W}{K}$ ]
$zo$	0,0025	0,33	1,35	99,70	0,0100
$z1$	0,0216	0,33	1,35	11,34	0,0882
$z2$	0,025	0,33	1,35	9,78	0,1023
$z3$	0,0285	0,33	1,35	8,59	0,1164
$isy$	0,198	0,3917	0,07	28,26	0,0354
$isz$	0,235	0,33	0,07	20,06	0,0498
$ihx$	0,33	0,75	0,07	32,47	0,0308
$ihz$	0,75	0,33	0,07	6,29	0,1591
$ihex$	0,0759	0,5	0,1	65,88	0,0152
$ihex$	0,115	0,33	0,1	28,70	0,0348
$lsy$	0,1	0,2833	1,35	2,10	0,4765
$lsx$	0,0567	0,5	1,35	6,54	0,1530
$krx$	0,2375	0,125	1,35	0,39	2,5650
$krz$	0,0625	0,475	1,35	5,63	0,1776
$idex$	0,0935	0,5	0,07	76,39	0,0131
$idey$	0,165	0,2833	0,07	24,53	0,0408
$ides$	0,0935	0,55	0,07	84,03	0,0119
$ideh$	0,165	0,75	0,07	64,94	0,0154
$ikx$	0,0413	0,25	1,35	4,49	0,2228
$ikz$	0,3125	0,33	1,35	0,78	1,2784

## Kanten der Konvektion

Wärmeübertragung durch Konvektion ist stets eine Kombination aus konvektiver Wärmeübertragung zwischen Fluid und Festkörper sowie Wärmeleitung innerhalb des Festkörpers. Demnach ergibt sich der Widerstand als Summe aus konvektivem Wärmewiderstand (Gleichung 2.8) und Wärmeleitwiderstand (Gleichung 2.6). Im Speicher tritt Konvektion zwischen dem Festkörper des Speichers und Fluid, welches den Speicher durchströmt, sowie zwischen der Speicheroberfläche und der Umgebung auf. Weiterhin wird auch im Lufteinlass bereits konvektiv Wärme übertragen.

Der Wärmeübergangskoeffizient auf den Kanten  $fluidk$  und  $ek$  wird auf einen Wert von

Tabelle 15: Leitwerte der Leitung bei zwei Widerständen

<i>Kante</i>	$A_1$ [m <sup>2</sup> ]	$A_2$ [m <sup>2</sup> ]	$s_1$ [m]	$s_2$ [m <sup>2</sup> ]	$\lambda_1$ [ $\frac{W}{mK}$ ]	$\lambda_2$ [ $\frac{W}{mK}$ ]	$R_1$ [ $\frac{K}{W}$ ]	$R_2$ [ $\frac{K}{W}$ ]	$L$ [ $\frac{W}{K}$ ]
<i>zob</i>	0,0025	16	0,165	0,3	1,35	1,35	49,852	0,01389	0,02005
<i>z1b</i>	0,0216	16	0,165	0,3	1,35	1,35	5,67	0,01389	0,17592
<i>z2b</i>	0,025	16	0,165	0,3	1,35	1,35	4,888	0,01389	0,20398
<i>z3b</i>	0,0285	16	0,165	0,3	1,35	1,35	4,295	0,01389	0,23203
<i>isb</i>	0,235	16	0,1650	0,3	0,07	1,35	10,03	0,01389	0,09956
<i>ikb</i>	0,4063	16	0,1650	0,3	1,35	1,35	0,3008	0,01389	3,17719
<i>ihb</i>	0,91	16	0,1650	0,3	0,07	1,35	2,59	0,01389	0,38400
<i>y</i>	0,1898	0,1898	0,0117	0,0117	1,35	1,35	0,045	0,04573	10,93422
<i>x</i>	0,0759	0,0759	0,0117	0,0117	1,35	1,35	0,114	0,11432	4,37369
<i>is</i>	0,0759	0,0759	0,0117	0,3	1,35	0,07	0,114	56,46527	0,01767
<i>ik</i>	0,1898	0,1898	0,0117	0,125	1,35	1,35	0,045	0,48797	1,87371
<i>ih</i>	0,1898	0,1898	0,0117	0,65	1,35	0,07	0,045	48,93657	0,02042
<i>ihe</i>	0,1898	0,1898	0,0117	0,115	1,35	0,1	0,045	6,06061	0,16376
<i>iso</i>	0,2333	0,2333	0,3000	0,0025	0,07	46,5	18,367	0,00023	0,05444
<i>ikhx</i>	0,0413	0,429	0,1250	0,25	1,35	0,07	2,244	8,32501	0,09461
<i>iko</i>	0,0825	0,35	0,1250	0,0025	1,35	46,5	1,122	0,00015	0,89088
<i>iho</i>	0,35	0,35	0,6500	0,0025	0,07	46,5	26,53	0,00015	0,03769
<i>iheo</i>	0,165	0,165	0,1250	0,0025	0,1	0,1	7,575	0,15152	0,12941
<i>lsis</i>	0,0759	0,0759	0,0575	0,3	1,35	0,07	0,561	56,46527	0,01754
<i>lsik</i>	0,1898	0,1898	0,0575	0,0025	1,35	1,35	0,224	0,00976	4,26938
<i>lsih</i>	0,1898	0,1898	0,0575	0,65	1,35	0,07	0,224	48,93657	0,02034
<i>lsihe</i>	0,1898	0,1898	0,0575	0,115	1,35	0,1	0,224	6,06061	0,15911
<i>lsz</i>	0,0357	0,1417	0,2750	0,275	1,35	0,07	5,713	27,73109	0,02990
<i>kry</i>	0,1	0,1	0,1250	0,2833	1,35	1,35	0,925	2,09877	0,33061
<i>kris</i>	0,0759	0,0759	0,2500	0,3	1,35	0,07	2,439	56,46527	0,01698
<i>krihe</i>	0,1650	0,1650	0,1250	0,115	1,35	0,1	0,561	6,96970	0,13279
<i>isd</i>	0,1417	0,2045	0,2750	0,0025	0,07	0,07	27,731	0,17460	0,03583
<i>ikd</i>	0,1417	0,2045	0,2750	0,0025	1,35	0,07	1,437	0,17460	0,62015
<i>ihd</i>	0,1417	0,2045	0,2750	0,0025	0,07	0,07	27,731	0,17460	0,03583
<i>ihed</i>	0,1417	0,2045	0,2750	0,0025	0,1	0,07	19,411	0,17460	0,05106
<i>idek</i>	0,1898	0,1898	0,1250	0,125	0,07	0,07	9,410	9,41088	0,05313
<i>idehe</i>	0,1650	0,1650	0,1250	0,115	0,07	0,1	10,822	6,96970	0,05620
<i>ideo</i>	0,2045	0,2045	0,1650	0,0025	0,07	0,07	11,523	0,17460	0,08548
<i>kride</i>	0,1	0,1	0,1250	0,125	1,35	0,07	0,925	17,85714	0,05324
<i>krosd</i>	0,25	0,25	0,1650	0,0025	1,35	0,07	0,488	0,14286	1,58291
<i>ols</i>	0,0025	0,1417	0,1650	0,165	1,35	1,35	49,852	0,86275	0,01972
<i>f1ls</i>	0,0216	0,1417	0,1650	0,165	1,35	1,35	5,67	0,86275	0,15306
<i>f2ls</i>	0,025	0,1417	0,1650	0,165	1,35	1,35	4,888	0,86275	0,17388
<i>f3ls</i>	0,0285	0,1417	0,1650	0,165	1,35	1,35	4,295	0,86275	0,19385
<i>okr</i>	0,0025	0,0025	0,1650	0,165	1,35	1,35	49,852	49,85205	0,01003
<i>f1kr</i>	0,0216	0,0216	0,1650	0,165	1,35	1,35	5,67	5,6706	0,0881
<i>f2kr</i>	0,025	0,025	0,1650	0,165	1,35	1,35	4,888	4,8885	0,1022
<i>f3kr</i>	0,0285	0,0285	0,1650	0,165	1,35	1,35	4,295	4,2959	0,1163

$\alpha = 20 \frac{W}{m^2K}$  festgesetzt, da die Strömungsverhältnisse im Speicher nicht bekannt sind und somit der Wert experimentell zu ermitteln ist. Bei der simulativen Untersuchung wird der Wert variiert, um seinen Einfluss auf den Entladungsprozess darzustellen.

Hingegen kann die Konvektion an den Oberflächen des Speichers als freie Konvektion an einer vertikalen, ebenen Wand angenähert und nach den Gleichungen 3.10 - 3.13 berechnet werden [9, S. 141].

$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda}{L} \quad (3.10)$$

$$Nu = \left\{ 0,825 + 0,387 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{6}} \cdot f_1(Pr) \right\}^2 \quad (3.11)$$

$$f_1(Pr) = \left( 1 + 0,671 \cdot Pr^{-\frac{9}{16}} \right)^{-\frac{8}{27}} \quad (3.12)$$

$$Gr = \frac{g \cdot L^3 \cdot \beta \cdot (\vartheta_w - \vartheta_0)}{\nu^2} \quad (3.13)$$

Bei einer Speicherhöhe von  $L = 7 \text{ m}$ , einer Lufttemperatur von  $\vartheta = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ , einer Wandtemperatur von  $\vartheta = 40 \text{ }^\circ\text{C}$  und mit den Stoffdaten trockener Luft aus Tabelle 16, ergeben sich die Kenngrößen gemäß Tabelle 17. Demzufolge weist der Wärmeübergangskoeffizient auf den Oberflächenkanten einen Wert von  $\alpha = 3,5 \frac{W}{m^2K}$  auf.

Tabelle 16: Stoffdaten trockener Luft nach [6, S. 197]

$\vartheta_0$	Pr	$\beta$	$\lambda$	$\nu$
[ $^\circ\text{C}$ ]	[-]	[ $\frac{1}{K}$ ]	[ $\frac{W}{mK}$ ]	[ $10^{-6} Pa \text{ s}$ ]
20	0,7081	0,003421	0,025	153,2

Die Leitwerte der Konvektionskanten (Tabelle 17) setzen sich entsprechend aus zwei Wärmewiderständen zusammen.

Tabelle 17: Kenngrößen freier Konvektion an der Speicheroberfläche

$Gr$	$Gr \cdot Pr$	$f_1(Pr)$	Nu	$\alpha$
[ $10^{11}$ ]	[ $10^{11}$ ]	[-]	[-]	[ $\frac{W}{m^2K}$ ]
9,8	6,94	0,838	982,76	3,5

Tabelle 18: Leitwerte der Konvektionskanten

<i>Kante</i>	$A$ [ $m^2$ ]	$s$ [ $m$ ]	$\lambda$ [ $\frac{W}{mK}$ ]	$\alpha$ [ $\frac{W}{m^2K}$ ]	$R_L$ [ $\frac{K}{W}$ ]	$R_K$ [ $\frac{K}{W}$ ]	$L$ [ $\frac{W}{K}$ ]
<i>fluidk</i>	0,2732	0,00146	1,35	20	0,004	0,183	5,35
<i>oshk</i>	0,2333	0,0025	46,5	3,5	0,0002	1,2245	0,82
<i>ohh</i>	0,35	0,0025	46,5	3,5	0,0002	0,8163	1,22
<i>ohch</i>	0,3214	0,0025	0,1	3,5	0,0778	0,8889	1,03
<i>osdd</i>	0,2045	0,0025	0,07	3,5	0,1746	1,3968	0,64
<i>ek</i>	0,1518	0,01171	1,35	20	0,0572	0,3294	2,59

### Kanten der Wärmestrahlung

Für den Wärmewiderstand der Strahlung wird nach Gleichung 2.12 die abstrahlende Fläche  $A_1$  sowie die Strahlungsaustauschzahl  $C_{12}$  benötigt, die für die Kante *heizk* gemäß Gleichung 2.10 und für die restlichen Kanten gemäß Gleichung 2.11 berechnet wird. Die Emissionskoeffizienten entstammen Tabelle 3. Bei den Leitwerten der Strahlungskanten gemäß Tabelle 19 ist darauf zu achten, dass der jeweilige Leitwert zusätzlich mit dem Faktor  $10^{-9}$  zu multiplizieren ist.

Tabelle 19: Leitwerte der Strahlungskanten

<i>Kante</i>	$A_1$ [ $m^2$ ]	$A_2$ [ $m^2$ ]	$\epsilon_1$ [-]	$\epsilon_2$ [-]	$C_{12}$ [ $10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$ ]	R [ $10^6 \frac{K^4}{W}$ ]	L [ $10^{-9} \frac{W}{K^4}$ ]
<i>heizk</i>	0,0262	0,2732	0,9	0,75	4,96	768,93	1,3
<i>oshk</i>	0,233	-	0,612	-	3,47	123,49	8,09
<i>ohh</i>	0,35	-	0,612	-	3,47	82,33	12,1
<i>ohch</i>	0,3214	-	0,5	-	2,83	109,73	9,11
<i>osdd</i>	0,2045	-	0,5	-	2,83	172,43	5,79

### 3.3.5 Definition der Randbedingungen

Da die Umgebung über die Definition der Umgebungsknoten als Teil des Systems modelliert wird, stellt diese keine Randbedingung dar. Randbedingungen des Modells sind Energieströme (Leistungen), die einzelnen Systemknoten direkt zugeführt werden. Wie in Abbildung 29 und Abbildung 30 dargestellt sowie der obigen Definition zufolge stellen die elektrische Leistung der Heizelemente sowie der ein- und austretende Enthalpiestrom die Randbedingungen des Modells dar.

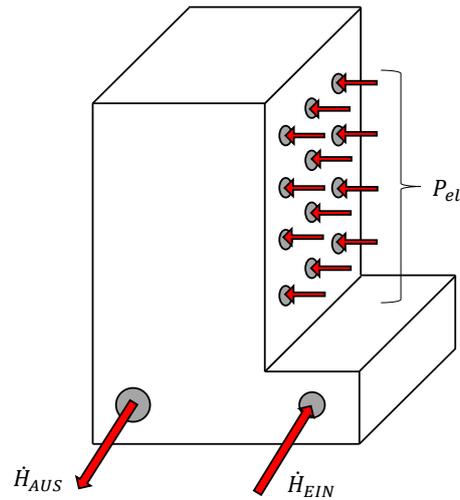


Abbildung 29: Definition der Randbedingungen des Speichers

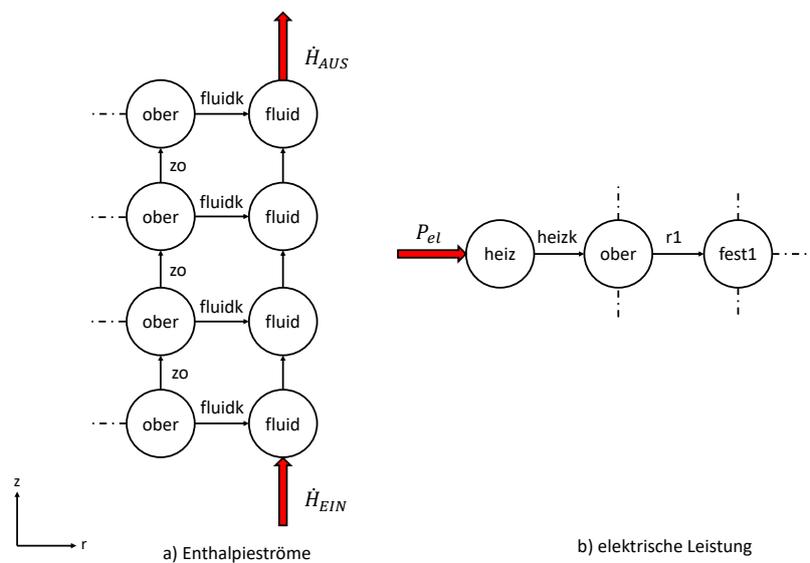


Abbildung 30: Einfluss der Randbedingungen auf die Knoten

### 3.3.6 Bilanzierung

Bei der Bilanzierung, die Grundlage für die mathematische Formulierung des Modells ist, wird grundlegend zwischen zwei Knotentypen unterschieden: Solid- und Fluidknoten (Abbildung 31). Zur Ermittlung des zeitabhängigen Temperaturverlaufes der Solidknoten findet die Methode der Blockkapazität [3, 7] Anwendung.

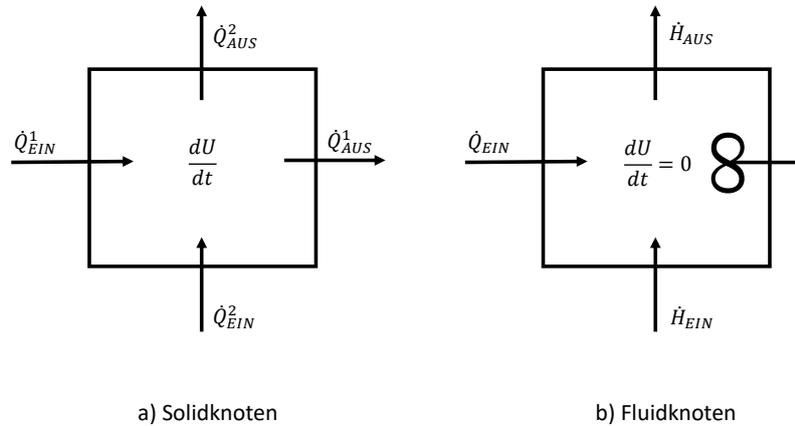


Abbildung 31: Bilanzierung eines a) Solidknotens und b) Fluidknotens

Kennzeichen dieser Methode ist, den Temperaturgradienten über die Bilanzierung der inneren Energie eines finiten Volumens zu ermitteln. Die Oberflächen des Volumens stellen die Bilanzgrenzen dar und die charakteristischen Eigenschaften sind in dessen Schwerpunkt konzentriert. Demzufolge entspricht die Änderung der inneren Energie der Summe aus ein- und austretenden Wärmeströmen (Gleichung 3.14) [16, 30, 31].

$$\frac{dU}{dt} = \sum \dot{Q}_{EIN} - \sum \dot{Q}_{AUS} \quad (3.14)$$

Fluidzellen werden bei der Bilanzierung als ideal durchmischte Behälter angesehen [16, 30, 32, 33, 8], in die sowohl Wärme- wie auch Enthalpieströme eintreten aber nur Enthalpieströme austreten (Gleichung 3.15). Dabei weist der austretende Enthalpiestrom (Gleichung 3.16) die homogene Temperatur des Behälters<sup>5</sup> auf, sodass die Änderung der inneren Energie null ist.

$$\frac{dU}{dt} = \dot{Q}_{EIN} + \dot{H}_{EIN} - \dot{H}_{AUS} = 0 \quad (3.15)$$

$$\dot{H}_{AUS} = \dot{Q}_{EIN} + \dot{H}_{EIN} \quad (3.16)$$

Die Darstellung der Strömung als Enthalpietransport wird so über eine Rührkesselkaskade [32] beschrieben.

### 3.3.7 Mathematische Formulierung

Die mathematische Formulierung des Modells in Matrixschreibweise umfasst in seiner allgemeinen Form alle Teilprozesse sowie die unterschiedlichen Randbedingungen, die auf das System einwirken. Formuliert wird ein Gleichungssystem für die zeitliche Änderung der inneren Energie der Systemknoten, welches abschließend derart umgeschrieben wird,

<sup>5</sup>bei Annahme, dass das Fluid stets kälter als der umgebende Festkörper ist

dass die zeitliche Änderung der Temperaturen beschrieben wird.

## Innere Energie

Im Allgemeinen lässt sich die Änderung der inneren Energie mittels Gleichung 3.17 bilanzieren

$$\frac{dU}{dT} = \underline{\dot{Q}}_{\text{Leitung/Konvektion}} + \underline{\dot{Q}}_{\text{Strahlung}} + \underline{\dot{H}} + \underline{RB}_{\text{allgemein}} \quad (3.17)$$

Sowohl für die linke Seite der Gleichung sowie für alle Summanden der rechten Seite sind nun Matrizenausdrücke zu generieren.

$$\frac{dU}{dt} = \frac{1}{dt} \cdot dU = \frac{1}{dt} \cdot \underline{C} \cdot dT \quad (3.18)$$

Die Beschreibung der inneren Energie gemäß (Gleichung 3.18) ist bereits in den Grundlagen hergeleitet worden und wird entsprechend übernommen.

## Wärmeströme durch Leitung und Konvektion

Im Unterschied zur Schreibweise der Wärmeströme durch Leitung und Konvektion in den Grundlagen, wird an dieser Stelle die Inzidenzmatrix durch die Kopplungsmatrix [16] ersetzt. Bei der Kopplungsmatrix handelt es sich um die transponierte Inzidenzmatrix (Gleichung 3.19).

$$\underline{K} = \underline{I}^T \quad (3.19)$$

Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird die Leitwertmatrix sowohl um den Index  $c$  für *convection* sowie um den Faktor  $-1$  ergänzt. Mit diesen Ergänzungen erfolgt die Formulierung der Wärmeströme infolge Leitung und Konvektion gemäß Gleichung 3.20.

$$\underline{\dot{Q}}_{\text{Leitung/Konvektion}} = \underline{K} \cdot \left( -\underline{L}_c \right) \cdot \underline{K}^T \cdot \underline{T} \quad (3.20)$$

## Wärmeströme durch Strahlung

Die mathematische Beschreibung der Wärmeströme infolge thermischer Strahlung erfolgt gemäß der für die Wärmeleitung und Konvektion. Allein die Formulierung der Temperaturdifferenzen ändert sich aufgrund der Temperaturgewichtung in vierter Potenz.

$$\Delta T_{\text{Strahlung}} = T_i^4 - T_j^4 \quad (3.21)$$

Demzufolge entspricht der Temperaturvektor der Strahlung dem Temperaturvektor in vierter Potenz.

$$\underline{T}_{\text{Strahlung}} = \underline{T}^4 \quad (3.22)$$

Weiterhin ist die Leitwertmatrix der Strahlung, gekennzeichnet durch den Index r, zu verwenden. Die Kopplungsmatrix bleibt bestehen, da Kanten, die keine Strahlung modellieren, über einen Wert von Null innerhalb der Leitwertmatrix eliminiert werden. So kann sowohl für die Wärmeströme durch Leitung wie auch durch Strahlung die gleiche Kopplungsmatrix verwendet werden.

$$\underline{\dot{Q}}_{Strahlung} = \underline{K} \cdot \left( -\underline{L}_r \right) \cdot \underline{K}^T \cdot \underline{T}^4 \quad (3.23)$$

## Enthalpie

Im Modell wird die Strömung des Fluids als Enthalpietransport zwischen den Fluidknoten beschrieben, sodass für die Bilanzierung der inneren Energie die Enthalpieströme gemäß Gleichung 3.24 oder Gleichung 3.25 bestimmt werden müssen.

$$\dot{H} = \dot{m} \cdot c_p \cdot T \quad (3.24)$$

$$\dot{H} = \dot{C} \cdot T \quad (3.25)$$

Die Formulierung der Enthalpie soll an dieser Stelle anhand eines Beispiels erklärt werden. Für die Bilanzierung des in Abbildung 30 dargestellten Systems, bei dem ausschließlich die Enthalpieströme betrachtet werden, ergibt sich das Gleichungssystem nach Gleichung 3.26.

$$\underline{\dot{H}} = \begin{pmatrix} -\dot{H}_1 & 0 & 0 & 0 & +\dot{H}_{EIN} \\ \dot{H}_1 & -\dot{H}_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dot{H}_2 & -\dot{H}_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dot{H}_3 & -\dot{H}_4 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

In jeden Fluidknoten tritt ein Enthalpiestrom sowohl ein als auch aus. Kennzeichen der austretenden Enthalpieströme ist, dass diese die Temperatur des Knotens, aus dem sie austreten, aufweisen. Folgend kann das Gleichungssystem aus Gleichung 3.26 über die Formulierung der Enthalpie gemäß Gleichung 3.25 in das Gleichungssystem nach Gleichung 3.27 überführt werden. Der in den ersten Knoten eintretende Enthalpiestrom wird in einem separaten Vektor dargestellt, da dieser eine Randbedingung des Systems darstellt.

$$\underline{\dot{H}} = \begin{pmatrix} -\dot{C} \cdot T_1 & 0 & 0 & 0 \\ \dot{C} \cdot T_1 & -\dot{C} \cdot T_2 & 0 & 0 \\ 0 & \dot{C} \cdot T_2 & -\dot{C} \cdot T_3 & 0 \\ 0 & 0 & \dot{C} \cdot T_3 & -\dot{C} \cdot T_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dot{H}_{EIN} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

Analog der bisherigen Vorgehensweise erfolgt im nächsten Schritt die Abtrennung des Temperaturvektors, siehe Gleichung 3.28.

$$\underline{\dot{H}} = \begin{pmatrix} -\dot{C} & 0 & 0 & 0 \\ \dot{C} & -\dot{C} & 0 & 0 \\ 0 & \dot{C} & -\dot{C} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{C} & -\dot{C} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dot{H}_{EIN} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

Darauffolgend wird aus der Matrix der Kapazitätsstrom abgespalten, sodass eine systembeschreibende Matrix B, die nur über die Einträge 1, 0, -1 verfügt, generiert wird. Bei der Kapazitätsstrommatrix handelt es sich um eine Diagonalmatrix.

$$\underline{\dot{H}} = \underbrace{\begin{pmatrix} \dot{C} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dot{C} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dot{C} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dot{C} \end{pmatrix}}_{\text{Kapazitätsstrommatrix}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}}_{\text{systembeschreibende Matrix B}} \cdot \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dot{H}_{EIN} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

Bei der Betrachtung der systembeschreibenden Matrix B, die die Dimension [knoten x knoten] aufweist, ist auffällig, dass ihre Diagonalelemente den Wert -1 aufweisen. Bei der Subtraktion der Einheitsmatrix von einer beliebigen Matrix, werden deren Diagonalelemente um 1 vermindert. Zuzufolge lässt sich die systembeschreibende Matrix in zwei Matrizen aufspalten: Strukturmatrix und Einheitsmatrix, siehe Gleichung 3.30.

$$\underline{B} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}_{\text{Strukturmatrix}} - \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{Einheitsmatrix}} \quad (3.30)$$

Da im Gegensatz zu den Wärmeströmen kein Widerstand definiert werden kann, der auf den Kanten zwischen den Fluidknoten liegt, sind zwischen den Fluidknoten keine Kanten definiert und somit die Verwendung der Kopplungsmatrix nicht möglich. An ihre Stelle tritt die Strukturmatrix, die die Verbindung der Fluidknoten beschreibt und in ihrer Struktur einer Adjazenzmatrix ähnelt. Die Bestimmung der Elementwerte erfolgt gemäß Gleichung 3.31.

$$\underline{S}(i, j) = \begin{cases} 1 & \text{falls Strom von Knoten j in Knoten i eintritt} \\ 0 & \end{cases} \quad (3.31)$$

Folglich lässt sich der Summand des Enthalpiestromes für die Bilanzierung der inneren Energie gemäß Gleichung 3.32 zusammenfassen [16].

$$\dot{H} = \underline{\dot{C}} \cdot (\underline{S} - \underline{E}) \cdot \underline{T} + \dot{H}_{EIN} \quad (3.32)$$

## Randbedingungen

Durch die Betrachtung der Umgebung als Knoten des Systems, beschreiben lediglich die elektrische Leistung der Heizelemente sowie der eintretende Enthalpiestrom die Randbedingungen des Systems. Dementsprechend teilt sich der Vektor der Randbedingungen gemäß Gleichung 3.33 in zwei Summanden auf.

$$\underline{RB}_{allgemein} = \underline{RB}_{Leistung} + \underline{RB}_{Enthalpiestrom} \quad (3.33)$$

Beide Randbedingungen werden als Vektoren mit der Dimension [knoten x 1] dargestellt. Der Vektor der Leistung weist nach Gleichung 3.34 für die Heizelementknoten die elektrische Leistung  $P_{el}$  der Heizelemente auf. Da die gesamte Formulierung auf der Betrachtung von Energieströmen, die per Definition Leistungen entsprechen, beruht, ist eine Umwandlung der Leistung in Energie nicht von Nöten.

$$\underline{RB}_{Leistung}(i) = \begin{cases} P_{el} & \text{falls Knoten } i \text{ ein Heizelement} \\ 0 & \end{cases} \quad (3.34)$$

Der dem System zugeführte Enthalpiestrom tritt in spezielle Knoten, die Eintrittsknoten, in das System ein. An diesen Stellen weist der Vektor des Enthalpiestromes den Wert des eintretenden Enthalpiestromes auf. Diese Randbedingung ist bereits in Gleichung 3.32 formuliert worden.

$$\underline{RB}_{Enthalpiestrom}(i) = \begin{cases} \dot{H}_{EIN} & \text{falls Knoten } i \text{ ein Eintrittsknoten} \\ 0 & \end{cases} \quad (3.35)$$

## Zusammengeführte Formulierung

Fügt man nun die einzelnen Formulierungen (Gleichungen 3.20, 3.23, 3.32, 3.34 und 3.35) in die Gleichung 3.18 ein und löst das Gleichungssystem nach der zeitlichen Temperaturänderung auf, so ergibt sich Gleichung 3.36.

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} = & \underline{C}^{-1} \cdot \underline{K}^T \cdot (-\underline{L}_c) \cdot \underline{K} \cdot \underline{T} + \underline{C}^{-1} \cdot \underline{K}^T \cdot (-\underline{L}_r) \cdot \underline{K} \cdot \underline{T}^4 \\ & + \underline{C}^{-1} \cdot \underline{\dot{C}} \cdot (\underline{S} - \underline{E}) \cdot \underline{T} + \underline{C}^{-1} \cdot \underline{I}_1 + \underline{C}^{-1} \cdot \underline{I}_2 \end{aligned} \quad (3.36)$$

Die mathematische Formulierung des zeitlichen Temperaturverlaufes des thermischen Netzwerkes umfasst in Gänze fünf Summanden, die in Abhängigkeit der Teilprozesse auftreten.

### 3.3.8 Optimierung Speicherbedarf und Rechenaufwand

Wie bereits festgestellt, ist der Speicherbedarf und Rechenaufwand des Modells im Rahmen der Simulation zu optimieren. Für die Simulation wurde als Simulationsumgebung Matlab, ein Programm welches auf die Verarbeitung von Matrizen spezialisiert ist, ausgewählt [34].

Kennzeichen der hier verwendeten mathematischen Formulierung des Modells ist die Verwendung schwach besetzter Matrizen. Für die programmtechnische Umsetzung bei Verwendung solcher Matrizen nutzen Kunz [16] und Schulze [32] die Methode der Listenspeicherung, die auf der Formulierung von Kantentabellen beruht. Rüdiger [15] verweist auf den `sparse`-Befehl bei Matlab, welcher Matrizen direkt in Listen umformt.

Durch Anwendung der Listenspeicherung wird die Anzahl der benötigten Berechnungsoperationen verringert, da lediglich die Operationen mit Matrixelementen ungleich Null ausgeführt werden. Dies wirkt sich sowohl auf den Rechenaufwand (siehe Abbildung 32) als auch auf den Speicherbedarf positiv aus.

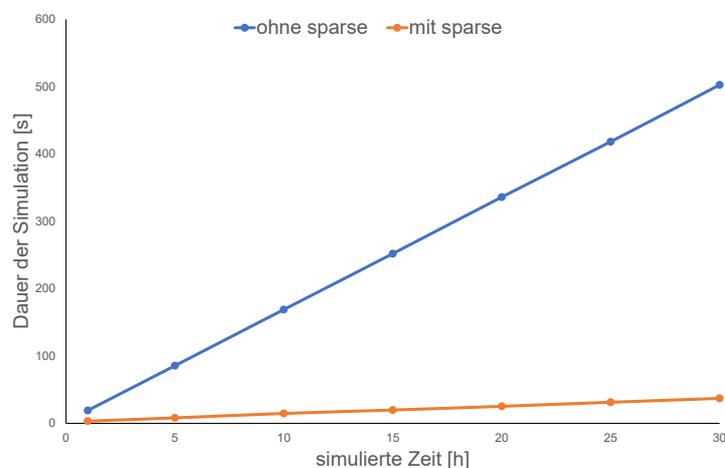


Abbildung 32: Benötigter Rechenaufwand in Abhängigkeit der Matrizenformulierung

Auch wird die Größe der Matrizen verringert, was sich positiv auf den Speicherbedarf auswirkt. Außerdem beeinflusst die Anzahl der abgespeicherten Rechenergebnisse, im Falle dieses Modells die Anzahl der ermittelten Temperaturen, den benötigten Speicherplatz. Entsprechend kann der Speicherbedarf verringert werden, wenn die Rechenergebnisse nur in bestimmten Zeitintervallen abgespeichert werden.

## 4 Entwicklung eines Simulationsprogramm

Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird in diesem Abschnitt auf die Kennzeichnung von Matrizen und Vektoren durch Unterstriche verzichtet. Außerdem wird die Matlab-Notation verwendet.

### 4.1 Programmstruktur

Der Aufbau des Simulationsprogrammes sowie dieses Kapitels orientiert sich an den drei grundlegenden Schritten einer Simulation nach Westermann [35, S. 10].

1. Pre-Processing (Vorverarbeitung)
2. Solution (Lösung)
3. Post-Processing (Nachbearbeitung)

Die Programmstruktur in Abbildung 33 weist entsprechend diese drei Schritte als übergeordnete Kategorien auf.

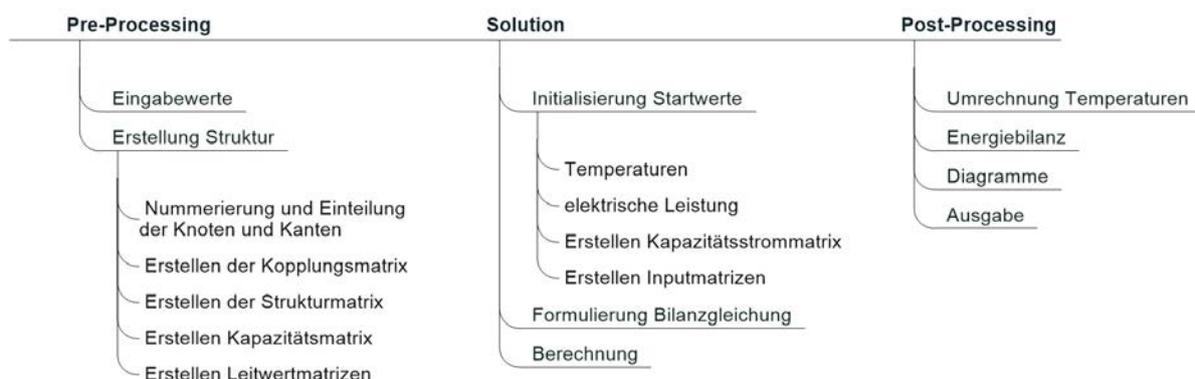


Abbildung 33: Programmstruktur

Um die Übersichtlichkeit des Programmcodes zu erhöhen, umfasst das Simulationsprogramm mehrere Dateien, siehe Tabelle 20. Übergeordnete Datei des Simulationsprogrammes ist das Skript *EbenenModell4*, von welchem aus die Funktionen *Struktur4* sowie *Berechnung4* aufgerufen werden. Innerhalb der Funktion *Struktur4* werden die beiden Funktionen *Kapazitaeten4* und *Leitwerte4* aufgerufen.

Tabelle 20: Übersicht der Programmstruktur in MATLAB

Name	Programmdatei	Funktion
EbenenModell4	Skript	Eingabewerte Initialisierung Startwerte Post - Processing
Struktur4	Funktion	Erstellung Struktur
Kapazitaeten4	Funktion	Einlesen der Kapazitäten
Leitwerte4	Funktion	Einlesen der Leitwerte
Berechnung4	Funktion	Formulierung Bilanzgleichung Berechnung

## 4.2 Pre-Processing

### 4.2.1 Eingabewerte

Über mehrere Eingabefelder können vom Benutzer die wichtigsten Rand- und Anfangsbedingungen der Simulation gesetzt werden. Tabelle 21 listet die Eingabewerte, sortiert nach der jeweiligen Eingabemaske, auf.

Tabelle 21: Übersicht der Eingabewerte

Maske	Parameter
Auswahl Prozess	Beladung, Stillstand, Entladung
Temperaturen	Speicher, Umgebung, Fluideintritt max. Speichertemperatur, Wiedereinschalttemperatur
Aufteilung Speicher	Ebenen, Heizebenen, Heizelemente pro Ebene Strömungskanäle pro Heizelement, Kühlrippe
Simulationsparameter	Massenstrom, el. Leistung, Simulationsdauer, Speicherintervall, Ausschaltzeit

Die Eingabewerte werden in die in Tabelle 24 aufgelisteten Variablen eingespeichert und bei Bedarf direkt an die im Simulationsprogramm benötigten Einheiten angepasst.

Tabelle 22: Verarbeitung der Eingabewerte zu Variablen

Eingabewert	Variable	Anpassung	Einheit
Prozess	<i>prozess</i>	-	-
Speichertemperatur	<i>T_fest</i>	+273.15	K
Umgebungstemperatur	<i>T_um</i>	+273.15	K
Fluideintrittstemperatur	<i>T_fluid_ein</i>	+273.15	K
maximale Speichertemperatur	<i>T_Max</i>	+273.15	K
Wiedereinschalttemperatur	<i>T_hysteres</i>	+273.15	K
Ebenen	<i>ebenen</i>	-	-
Heizebenen	<i>heizebenen</i>	-	-
Heizelemente pro Ebene	<i>x_richtung</i>	-	-
Strömungskanäle pro Heizelement	<i>y_richtung</i>	-	-
Isolierungsbegrenzung	<i>operator</i>	-	-
Massenstrom	<i>m_punkt</i>	-	kg/s
el. Leistung	<i>P</i>	-	W
Ausschaltdauer	<i>t_aus_min</i>	-	min
Simulationsdauer	<i>t</i>	*3600	s
Speicherintervall	<i>t_abspeichern</i>	/dt	s

Weiterhin werden in Abhängigkeit der Eingabewerte weitere Variablen, die im Laufe der Berechnung benötigt werden, definiert und berechnet.

Tabelle 23: Weitere Variablen in Abhängigkeit der Eingabewerte

Eigenschaft	Variable	Berechnung	Einheit
Zylinder pro Ebene	<i>einheiten</i>	<i>x_richtung</i> · <i>y_richtung</i>	-
Schichten	<i>schicht</i>	<i>ebenen</i> +4	-
Massenstrom pro Kanal	<i>m_punkt_kanal</i>	<i>m_punkt</i> / <i>einheiten</i>	kg/s
Zeitschritte	<i>t_Schritte</i>	<i>t</i> / <i>dt</i>	-
Heizelemente	<i>n_heiz</i>	<i>ebenen</i> · <i>x_richtung</i>	-

Die Zeitschrittweite  $dt$  der Simulation wird intern festgesetzt und beträgt im Falle der Beladung und des Stillstandes  $dt=1$  s. Bei der Entladung wird aus Stabilitätsgründen die Zeitschrittweite halbiert und beträgt daher  $dt=0,5$  s.

Die Fluidtemperatur  $T_{fluid}$  entspricht im Falle der Beladung sowie des Stillstandes der Speichertemperatur  $T_{fest}$ , für die Entladung hingegen der Fluideintrittstemperatur  $T_{fluid\_ein}$ .

## 4.2.2 Erstellung Struktur

### Nummerierung und Einteilung der Knoten und Kanten

In Abhängigkeit der Eingabewerte werden zunächst die Knoten und Kanten des Modells erstellt, nummeriert und eingeteilt. Die Art der Knoten und Kanten ist durch die Modellierung festgelegt, ihr Auftreten sowie ihre Anzahl werden abhängig von den Eingangsgrößen in Tabelle 24 berechnet.

Tabelle 24: Eingabewerte und deren Variablenname für die Strukturerstellung

Eingabewert	Variablenname
Ebenen	<i>ebenen</i>
Heizelemente pro Ebene	<i>x_richtung</i>
Strömungskanäle pro Heizelement	<i>y_richtung</i>
Isolierungsbegrenzung	<i>operator</i>

Aufgrund der Tatsache, dass der Wert der Variable *operator* (Gleichung 4.1) eine Fallunterscheidung mit sich zieht, werden im Folgenden immer beide Fälle betrachtet und unterschieden.

$$operator = \begin{cases} 1 & \text{falls Isolierungsbegrenzung betrachtet wird} \\ 0 & \text{falls Isolierungsbegrenzung nicht betrachtet wird} \end{cases} \quad (4.1)$$

Die Nummerierung und Einteilung erfolgt sowohl für Knoten als auch Kanten gemäß nachfolgender Vorgehensweise.

Zunächst werden die Anzahl der Knoten und Kanten pro Schicht berechnet und anschließend in Matrizen, die die jeweilige Schicht repräsentieren, einsortiert. Dies ist notwendig, da die abschließende Nummerierung der Kanten bzw. Knoten über den Durchlauf aller Schichten erfolgt. Damit diese Art der Zählung funktioniert, muss weiterhin eine aufsteigende Nummerierung in den einzelnen Schichten erfolgen. Hierfür werden die Zähler der einzelnen Schichten eingeführt. So kann innerhalb des Durchlaufs der Schichten ein Durchlauf der Knoten- bzw. Kantentypen erfolgen. Neben einem Zähler für die aktuelle Knoten- bzw. Kantenummer gibt es jeweils noch einen typspezifischen Zähler.

## 1. Berechnung Anzahl pro Ebene

- Knoten: Tabelle 57 und Tabelle 58
- Kanten: Tabelle 7 und Tabelle 60
- Bezeichnung: *knoten\_Kürzel* bzw. *kanten\_Kürzel*

## 2. Erstellung von Matrizen pro Schicht

- Knoten: Tabelle 61 und Tabelle 25
- Kanten: Tabelle 62 und Tabelle 26
- Bezeichnung: *knoten\_schicht\_Kürzel\_matrix* bzw. *kanten\_schicht\_Kürzel\_matrix*

## 3. Zähler der einzelnen Schichten

- *knotenzaehler*
- *kantenzaehler*

## 4. Aufteilung in typspezifische Matrizen

- 21 Knotenmatrizen
- 73 Kantenmatrizen

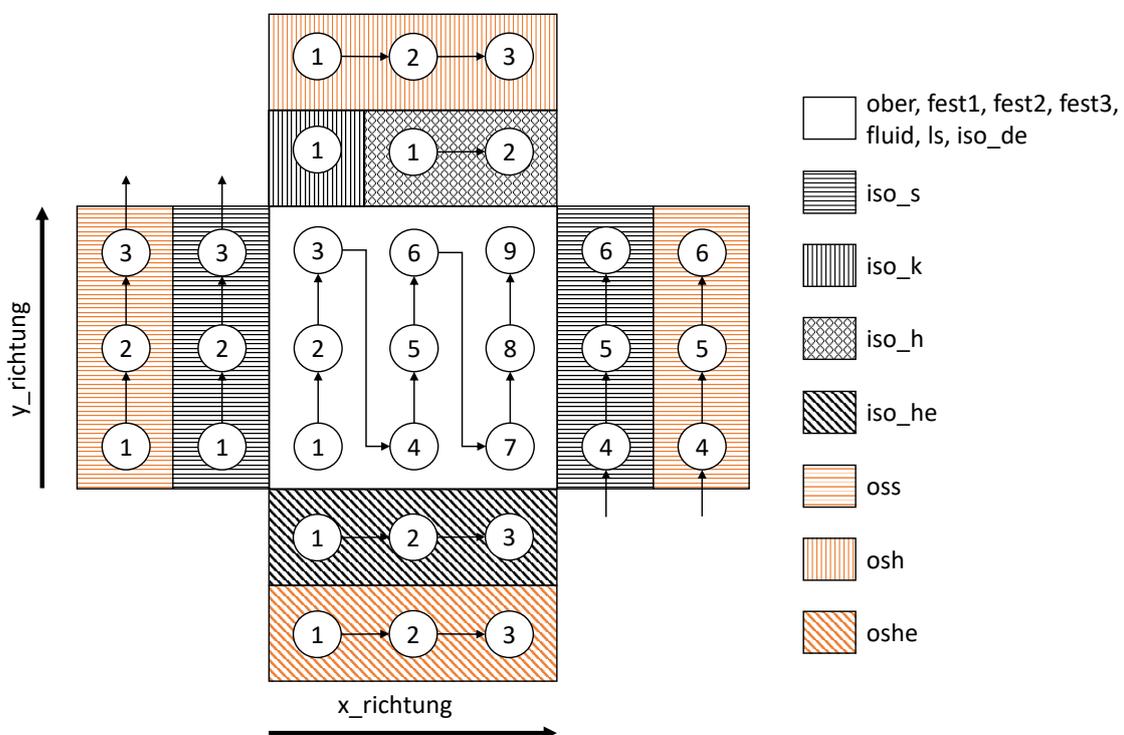


Abbildung 34: Aufteilung und Zählreihenfolge der Knoten im Fall 0

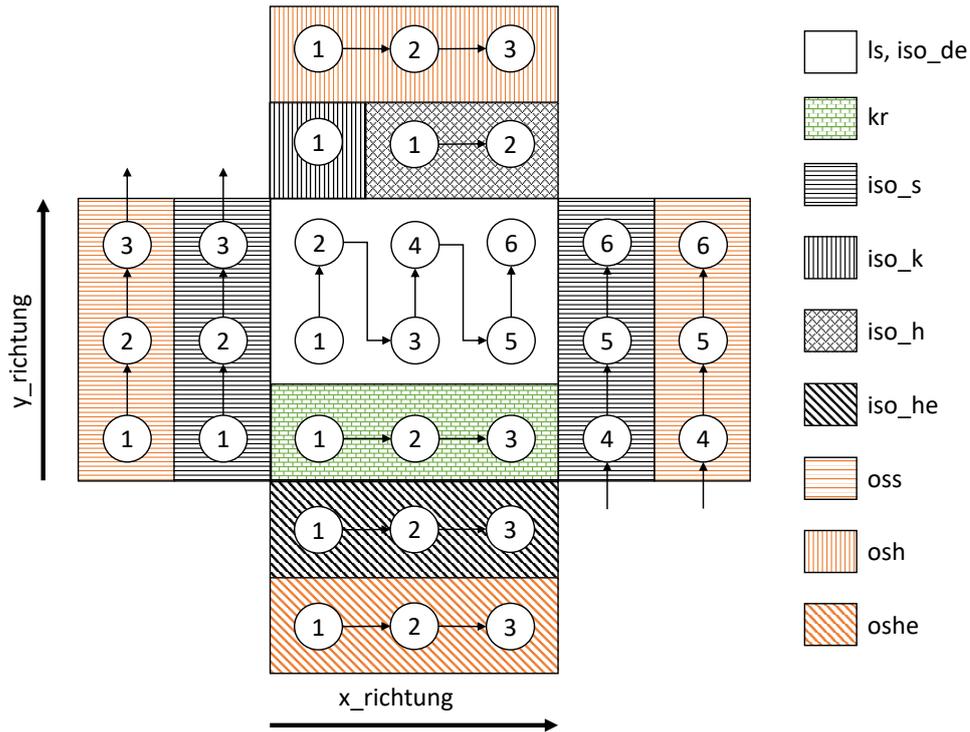


Abbildung 35: Aufteilung und Zählreihenfolge der Knoten im Fall 1

Tabelle 25: Anzahl der Knotentypen pro Schicht

	Luftverteiler	Ebenen	Luftsammler	Isolierung	Oberfläche
Fall 0	13	14	9	9	2
Fall 1	13	14	10	10	2

Tabelle 26: Anzahl der Kantentypen pro Schicht

	Luftverteiler	Ebenen	letzte Ebene	Luftsammler	Isolierung	Oberfläche
Fall 0	33	31	31	23	23	1
Fall 1	33	31	35	27	27	1

Bei den Zählern handelt es sich jeweils um einen einzeiligen Vektor, bei dem die Spaltenanzahl gleich der Anzahl an Knoten oder Kanten in der Schicht (siehe Tabelle 25 und Tabelle 26) ist. Dabei wird die Anzahl gemäß Gleichung 4.2 aufsummiert, sodass im letzten Element die Gesamtanzahl der Schicht steht.

$$zaehler\_schicht(i) = zaehler\_schicht(i - 1) + schicht\_matrix(i) \quad (4.2)$$

Die Aufteilung der Knoten und Kanten in typenspezifische Matrizen erfolgt entsprechend nachstehender Systematik.

- Durchlauf aller Schichten
  - Durchlauf Zähler
    - zaehler (i-1) bis zaehler (i)
    - matrix (spez.Nummer) = aktuelle Nummer
    - spez. Nummer +1
    - aktuelle Nummer +1
    - nächster Zählschritt
  - Ende Zähler
- nächste Schicht

Die äußere Schleife durchläuft alle Schichten, die innere Schleife durchläuft entsprechend die Knoten der aktuellen Schicht. Über Entscheidungen, die durch den Zähler getroffen werden, werden die entsprechenden Matrizen befüllt. Dabei werden zwei Arten von Zählern verwendet: Zum einen ein Zähler, der die aktuelle Knotennummer angibt und zum anderen ein Zähler, der die spezifische Knotennummer angibt. Nach Durchlauf der Schleifen existieren nun die entsprechenden Matrizen, die die Nummern enthalten.

## Erstellen der Kopplungsmatrix

Für das Erstellen der Kopplungsmatrix wird zunächst eine Kantentabelle benötigt. Diese Kantentabelle ist eine Matrix mit der Dimension [kanten x 2], wobei die Zeile die entsprechende Kante darstellt und in den Spalten die Nummern der jeweiligen Anfangs- und Endknoten eingetragen werden.

$$\text{Inzidenz}(kante, 1) = \text{Anfangsknoten} \quad (4.3)$$

$$\text{Inzidenz}(kante, 2) = \text{Endknoten} \quad (4.4)$$

Für die Befüllung der Inzidenzliste finden die knotenspezifischen Matrizen Anwendung, da diese die jeweiligen Nummern eines Knotentypes enthalten. Sollten nicht alle Knoten eines Typs Anfangs- oder Endknoten darstellen, so kann dies über eine Indizierung der Matrix gesteuert werden.

$$\text{Inzidenz}(kante, 1) = \text{knoten\_matrix}(1 : a) \quad (4.5)$$

In Gleichung 4.5 werden mittels Indizierung (1:a) nur die Knoten 1 bis a der Knotenmatrix als Anfangsknoten definiert. Hierbei muss gelten  $a \leq n_{knoten}$ . Die Inzidenzliste

verknüpft die Kanten mit den Knoten, aus ihr ist bereits die Struktur des Modells ablesbar. Die Kopplungsmatrix  $K$  hat die Dimension [kanten x knoten] und ist vom Typ her eine Inzidenzmatrix, weshalb ihre Elemente lediglich die Werte 0, 1 sowie -1 annehmen können. Entsprechend wird zunächst die Matrix als Nullmatrix vordimensioniert und über die Inzidenzliste werden die Elemente ungleich Null bestimmt.

$$K = \text{zeros}(\text{kanten}, \text{knoten}) \quad (4.6)$$

$$K(\text{kante}, \text{inzidenz}(\text{kante}, 1)) = 1 \quad (4.7)$$

$$K(\text{kante}, \text{inzidenz}(\text{kante}, 2)) = -1 \quad (4.8)$$

Um sowohl die Performance zu verbessern als auch benötigten Speicherplatz zu reduzieren, wird die Kopplungsmatrix über den `sparse`-Befehl als Liste gespeichert.

$$K = \text{sparse}(K) \quad (4.9)$$

### Erstellen der Strukturmatrix

Die Strukturmatrix  $S$  beschreibt den Strömungsweg innerhalb des Modells bzw. die Anordnung der Rührkesselkaskade. Sie ist eine symmetrische Matrix mit der Dimension [knoten x knoten]. Alle ihre Elemente sind Null, mit Ausnahme der folgenden Einträge:

$$S(\text{Eintritt}, \text{Austritt}) = 1 \quad (4.10)$$

Für die Befüllung wird ähnlich der Inzidenzliste eine Strukturliste angelegt, in deren erster Spalte die Eintrittsknoten und in der zweiten Spalte die Austrittsknoten gespeichert sind.

### Erstellen der Kapazitätsmatrix

Die Kapazitätsmatrix  $C$  ist eine Diagonalmatrix mit der Dimension [knoten x knoten]. Ihre Einträge entsprechen den Kapazitäten der jeweiligen Knoten. Da innerhalb der Isolierung die Temperatur linear abnimmt und nur die mittlere Temperatur betrachtet wird, werden diese Kapazitäten halbiert, um ein äquivalentes Verhalten zu generieren. Weiterhin sind die Kapazitäten der Umgebungsknoten möglichst groß anzusetzen.

Um Speicherplatz zu sparen, werden die Kapazitäten in einem Vektor der Dimension [knoten x 1] gespeichert, welcher im späteren Verlauf in eine listengespeicherte Diagonalmatrix gewandelt wird. Die Kapazitäten der Knoten sind externe Eingabewerte und werden entsprechend über die Funktion `Kapazitaeten4` in das Modell eingelesen. Die jeweiligen Kapazitäten erhalten den Variablennamen `C_knoten`. Die Befüllung des Vektors erfolgt über Indizierung mittels der Knotenmatrizen.

$$C(\text{knoten\_matrix}) = C\_knoten \quad (4.11)$$

## Erstellen der Leitwertmatrizen

Auch die Leitwertmatrizen sind Diagonalmatrizen, allerdings mit der Dimension [kanten x kanten]. Analog zu den Kapazitäten werden auch die Leitwerte extern berechnet und über die Funktion *Leitwerte4* eingelesen. Durch die Unterscheidung der Leitwertmatrizen können auf allen Kanten theoretisch sowohl Leitung und Konvektion wie auch Strahlung betrachtet werden. Dies ist für die Kanten zwischen der Speicher Oberfläche und Umgebung interessant, da so die Wärmeverluste durch Strahlung betrachtet werden können. Aufgrund ihrer Anzahl sowie der Unterteilung in Leitwerte für Leitung sowie Konvektion und Strahlung werden sie über zwei Listen (*Leitwerte\_Leitung* und *Leitwerte\_Strahlung*) eingelesen.

$$L_c(\text{kanten\_matrix}) = \text{Leitwerte\_Leitung}(\text{kante}) \quad (4.12)$$

$$L_r(\text{kanten\_matrix}) = \text{Leitwerte\_Strahlung}(\text{kante}) \quad (4.13)$$

Auch hier werden zunächst Vektoren gespeichert, die später in listengespeicherte Diagonalmatrizen gewandelt werden.

## 4.3 Solution

### 4.3.1 Initialisierung der Startwerte (Randbedingungen)

Bevor die Bilanzgleichung formuliert und die eigentliche Berechnung durchlaufen werden kann, müssen die Startwerte initialisiert werden. Sie stellen den Ausgangszustand des Systems dar.

### Temperaturen

Der Startvektor der Temperaturen  $T\_start$  ist ein Spaltenvektor mit der Dimension [knoten x 1]. Im ersten Schritt wird allen Knoten die Umgebungstemperatur zugewiesen (Gleichung 4.14), anschließend werden die hiervon abweichenden Temperaturen gesetzt. Die Knoten des Festkörpers sowie der Heizelemente erhalten die Speichertemperatur  $T\_fest$  (Gleichung 4.15), die Fluidknoten die Fluidtemperatur  $T\_fluid$ . Wird der Prozess der Entladung betrachtet, so entspricht die Fluidtemperatur der Fluideintrittstemperatur  $T\_fluid\_ein$ . Andernfalls entspricht sie der Festkörpertemperatur. Die initiale Temperatur der Isolierungsknoten entspricht dem Mittelwert aus Speichertemperatur  $T\_fest$  und Umgebungstemperatur  $T\_um$  (Gleichung 4.17).

$$T_{start}(\cdot) = T_{um} \quad (4.14)$$

$$T(\text{heiz}) = T(\text{ober}) = T(\text{fest1}) = T(\text{fest2}) = T(\text{fest3}) = T_{fest} \quad (4.15)$$

$$T(\text{fluid}) = T_{fluid} \quad (4.16)$$

$$T(iso) = \frac{T_{fest} + T_{um}}{2} \quad (4.17)$$

### Elektrische Leistung der einzelnen Heizelemente

Die gesamte Anzahl der Heizelemente ( $n_{heiz}$ ) ist gemäß Tabelle 23 das Produkt aus der Anzahl der Ebenen ( $ebenen$ ) und der Anzahl der Heizelemente pro Ebene ( $x_{richtung}$ ). Über die Variable  $heizebenen$  kann gesteuert werden, ob alle Heizelemente oder nur ein Teil dieser während der Beladung angeschaltet werden sollen.

$$n_{heiz\_an} = x_{richtung} \cdot heizebenen \quad (4.18)$$

Dabei erfolgt die Ansteuerung der Ebenen von oben nach unten. Für die Realisierung der Ansteuerung wird zunächst ein Vektor der elektrischen Leistung  $P_{el}$  mit der Dimension  $[n_{heiz} \times 1]$  preallokiert.

$$P_{el} = \text{zeros}(n_{heiz}, 1) \quad (4.19)$$

Die Leistung eines einzelnen Heizelementes wird über die Variable *el. Leistung* (P) eingelesen. Für den Fall von drei Ebenen, drei Heizelementen pro Ebene und zwei Heizebenen sowie einer elektrischen Leistung von 5000 W ergibt sich ein Spaltenvektor mit neun Elementen von denen die letzten sechs Elemente einen Wert von 5000 aufweisen Gleichung 4.20.

$$P_{el} = (0 \ 0 \ 0 \ 5000 \ 5000 \ 5000 \ 5000 \ 5000 \ 5000)^T \quad (4.20)$$

Dieser Vektor wird nun als Randbedingung gesetzt, hierfür wird er gemäß Gleichung 4.21 in die Inputmatrix  $I_1$  (Dimension  $[\text{knoten} \times 1]$ ) eingelesen.

$$I_1(\text{heiz\_matrix}) = P_{el} \quad (4.21)$$

### Enthalpietransport und Kapazitätsstrommatrix

Aus den Eingabewerten für den Massenstrom sowie die Fluideintrittstemperatur errechnet sich zunächst der Kapazitätsstrom und anschließend der eintretende Enthalpiestrom. Aus dem Massenstrom pro Kanal und der als konstant angenommenen Wärmekapazität  $c_p = 1100 \text{ J}/(\text{kgK})$  errechnet sich der Kapazitätstrom  $c\_punkt$  (Gleichung 4.22).

$$c\_punkt = \dot{m}_{Kanal} \cdot c_p \quad (4.22)$$

Dieser Kapazitätsstrom wird in die Kapazitätsstrommatrix  $C\_punkt$  an den Stellen der Fluidknoten eingelesen (Gleichung 4.23). Die Kapazitätsstrommatrix ist eine Diagonalmatrix der Dimension  $[\text{knoten} \times \text{knoten}]$ .

$$C\_punkt(\text{fluid\_matrix}) = c\_punkt \quad (4.23)$$

Der eintretende Enthalpiestrom  $H\_ein$  entspricht dem Produkt aus Kapazitätsstrom und der Fluideintrittstemperatur (Gleichung 4.24) und tritt in die Fluidknoten der Luftverteiler-Ebene ein und stellt somit eine Randbedingung des Systems dar. Entsprechend wird die Inputmatrix  $I\_2$ , die ein Spaltenvektor der Dimension [knoten x 1] ist, gemäß Gleichung 4.25 befüllt.

$$H\_ein = \dot{c} \cdot T_{fluid\_ein} \quad (4.24)$$

$$I_2(fluid\_matrix(1 : einheiten)) = H\_ein \quad (4.25)$$

### 4.3.2 Formulierung der Bilanzgleichung

Da die Material- und Strömungseigenschaften als temperaturinvariant und der Massenstrom zusätzlich als zeitinvariant betrachtet werden, stellen die entsprechenden Matrizen konstante Faktoren dar. Demzufolge können sie zusammengefasst werden und vereinfachen die allgemeine Formulierung (Gleichung 4.26).

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} = & C^{-1} \cdot K^T \cdot (-L_c) \cdot K \cdot T + C^{-1} \cdot K^T \cdot (-L_r) \cdot K \cdot T^4 \\ & + C^{-1} \cdot \dot{C} \cdot (S - E) \cdot T + C^{-1} \cdot I_1 + C^{-1} \cdot I_2 \end{aligned} \quad (4.26)$$

Entsprechend den fünf Summanden der Gleichung 4.26 werden fünf Konstanten eingeführt.

$$\alpha = C^{-1} \cdot K^T \cdot (-L_c) \cdot K \quad (4.27)$$

$$\beta = C^{-1} \cdot K^T \cdot (-L_r) \cdot K \quad (4.28)$$

$$\gamma = C^{-1} \cdot \dot{C} \cdot (S - E) \quad (4.29)$$

$$\delta = C^{-1} \cdot I_1 \quad (4.30)$$

$$\epsilon = C^{-1} \cdot I_2 \quad (4.31)$$

So vereinfacht sich die Formulierung der Bilanzgleichung zu Gleichung 4.32. Weiterhin verringert diese Art der Formulierung den Rechenaufwand, da diese Matrixoperationen nicht in jedem Zeitschritt durchgeführt werden müssen.

$$\frac{dT}{dt} = \alpha \cdot T + \beta \cdot T^4 + \gamma \cdot T + \delta + \epsilon \quad (4.32)$$

Die Invertierung der Kapazitätsmatrix erfolgt in Matlab über den Befehl `mldivide (\)`, die Transponierung der Kopplungsmatrix erfolgt entweder über den Befehl `transpose (')` oder über den Befehl `ctranspose (')`.

### 4.3.3 Berechnung

Da mit dem 4-stufigen Runge-Kutta Verfahren ein explizites Verfahren gewählt wurde, erfolgt die Berechnung der Temperatur innerhalb einer Zeitschleife, deren Ablauf in Abbildung 36 dargestellt ist.

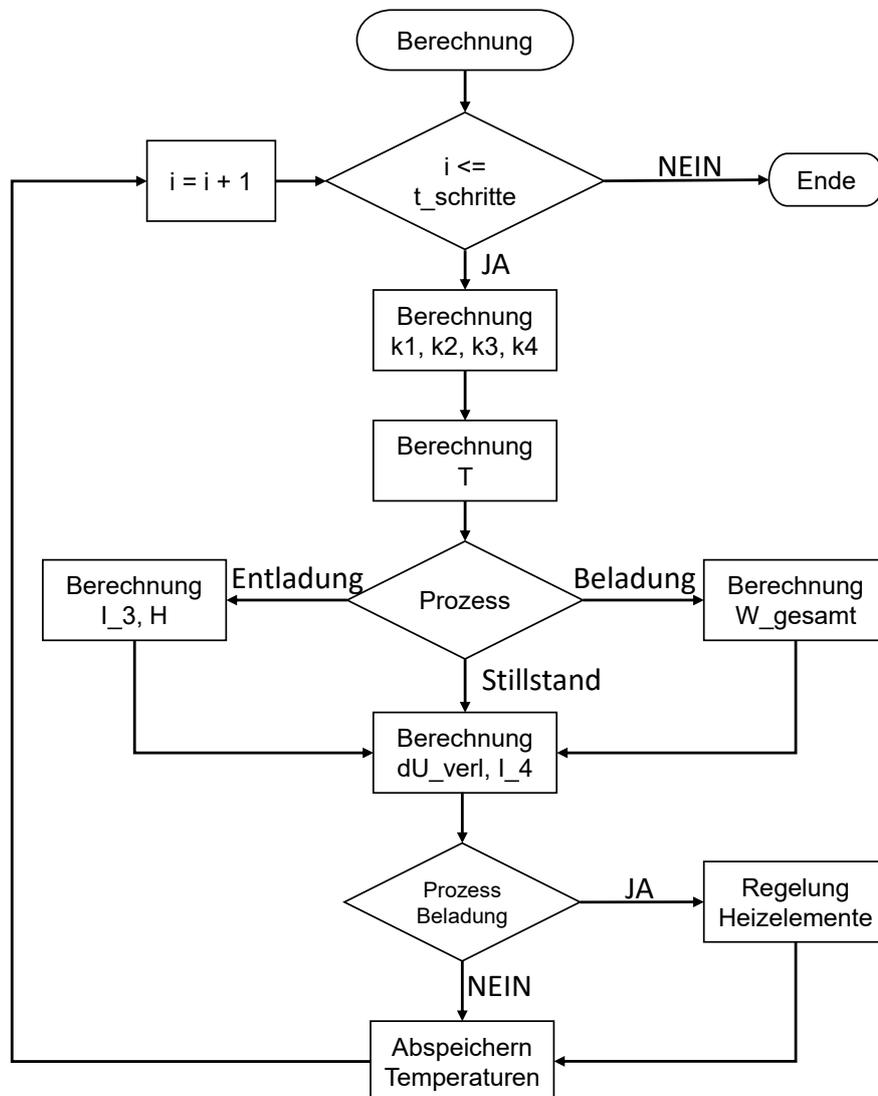


Abbildung 36: Ablauf der Berechnungsschleife

Für die Berechnung des aktuellen Temperaturvektors wird neben den Konstanten  $k_1$  bis  $k_4$  nur der Temperaturvektor des vorherigen Zeitschrittes benötigt.

Die Temperatur errechnet sich in jedem Zeitschritt gemäß Gleichung 4.33.

$$T_i = T_{i-1} + \frac{1}{6} \cdot dt \cdot (k_1 + 2 \cdot k_2 + 2 \cdot k_3 + k_4) \quad (4.33)$$

Die Faktoren  $k_1$  bis  $k_4$  sind die Stützstellen und berechnen sich entsprechend den Glei-

chungen 4.34 bis 4.37.

$$k_1 = \alpha \cdot T_{i-1} + \beta \cdot T_{i-1}^4 + \gamma \cdot T_{i-1} + \delta + \epsilon \quad (4.34)$$

$$k_2 = \alpha \cdot \left(T_{i-1} + \frac{1}{2} \cdot k_1\right) + \beta \cdot \left(T_{i-1} + \frac{1}{2} \cdot k_1\right)^4 + \gamma \cdot \left(T_{i-1} + \frac{1}{2} \cdot k_1\right) + \delta + \epsilon \quad (4.35)$$

$$k_3 = \alpha \cdot \left(T_{i-1} + \frac{1}{2} \cdot k_2\right) + \beta \cdot \left(T_{i-1} + \frac{1}{2} \cdot k_2\right)^4 + \gamma \cdot \left(T_{i-1} + \frac{1}{2} \cdot k_2\right) + \delta + \epsilon \quad (4.36)$$

$$k_4 = \alpha \cdot (T_{i-1} + k_3) + \beta \cdot (T_{i-1} + k_3)^4 + \gamma \cdot (T_{i-1} + k_3) + \delta + \epsilon \quad (4.37)$$

Wichtig ist, dass der Temperaturvektor innerhalb des zweiten Summanden ( $\beta \cdot T^4$ ) elementweise ( $\cdot^{\wedge}$ ) potenziert wird.

Für die Bilanzierung ist es notwendig, die über die Systemgrenzen ein- und austretenden Größen zu berechnen. Im Falle der Beladung ist dies die elektrische Arbeit der Heizelemente und im Falle der Entladung die Enthalpiedifferenz zwischen Ein- und Austritt. Außerdem ist, um die Güte des Speichers beurteilen zu können, der Wärmeverlust, der als Zunahme der inneren Energie der Umgebungsknoten definiert ist, von Interesse. Aus Speicherplatzgründen werden diese Werte kumuliert berechnet.

Für die elektrische Arbeit (Gleichung 4.38) wird in jedem Zeitschritt die Inputmatrix der elektrischen Leistung  $I\_1$  mit dem Zeitschritt  $dt$  multipliziert und zum bisherigen Wert der elektrischen Arbeit addiert.

$$W_{gesamt} = W_{gesamt} + dt \cdot I_1 \quad (4.38)$$

Der in das System eintretende Enthalpiestrom ist in der Inputmatrix  $I\_2$  hinterlegt. Für die Berechnung der Enthalpiedifferenz gemäß Gleichung 4.40 ist zunächst der austretende Enthalpiestrom (Gleichung 4.39) zu bestimmen. Die Differenz zwischen den beiden Strömen wird mit dem Zeitschritt multipliziert und zur Enthalpiedifferenz addiert.

$$I_3 = c\_punkt \cdot T\_aus \quad (4.39)$$

$$H = H + dt \cdot (I_3 - I_2) \quad (4.40)$$

Der als Zunahme der inneren Energie der Umgebungsknoten definierte Wärmeverlust  $dU\_verlust$  berechnet sich aus der Differenz zwischen aktuellem Wert ( $C(Umgebung) \cdot T(Umgebung)$ ) und vorherigem Wert ( $I_4$ ) der inneren Energie. Der aufsummierte Wert ergibt sich aus Gleichung 4.41.

$$dU_{verlust} = dU_{verlust} + [C(Umgebung) \cdot T(Umgebung) - I_4] \quad (4.41)$$

Nach der Berechnung des Wärmeverlustes wird der aktuelle Wert der inneren Energie in

die Matrix  $I_4$  geschrieben.

$$I_4 = C(\text{Umgebung}) \cdot T(\text{Umgebung}) \quad (4.42)$$

Im nächsten Schritt der Berechnungsschleife erfolgt im Falle der Beladung die Regelung der Heizelemente. Der Ablauf ist Abbildung 37 zu entnehmen.

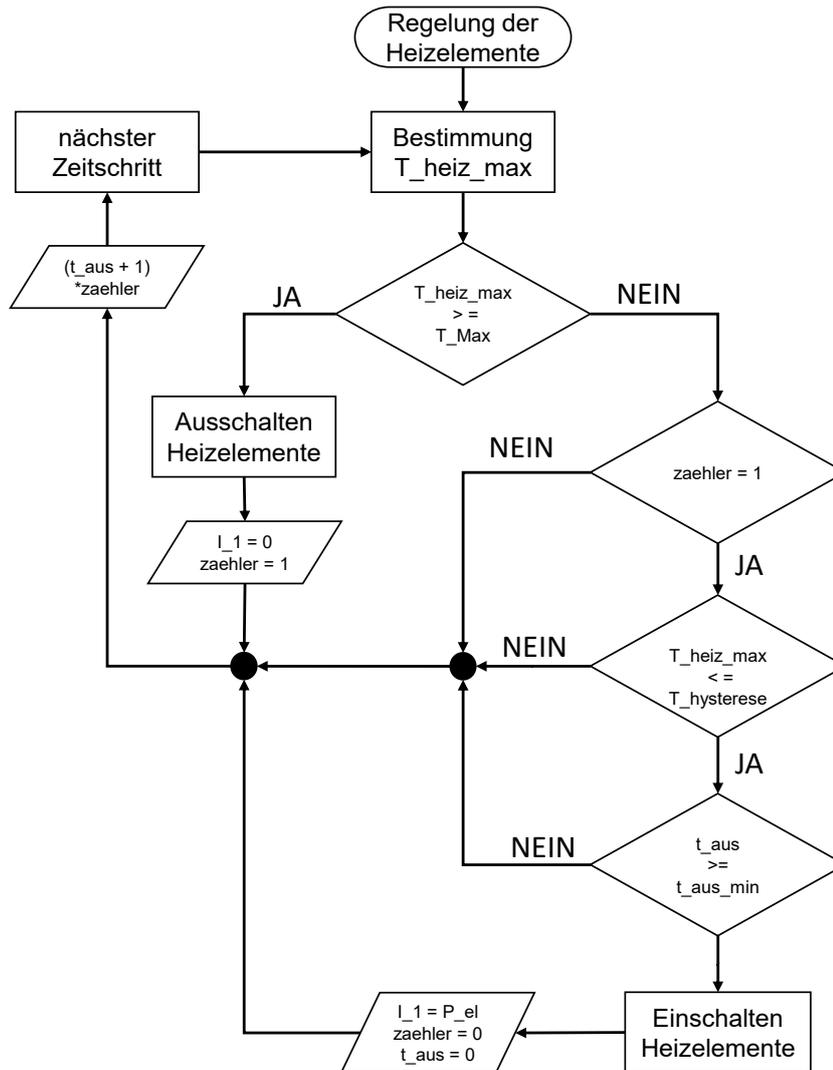


Abbildung 37: Ablauf der Regelung der Heizelemente

Im ersten Schritt der Regelung wird die maximale Temperatur der Heizelemente gemäß Gleichung 4.43 bestimmt.

$$T_{heiz\_max} = \text{Max}(T(\text{heiz})) \quad (4.43)$$

Übersteigt diese Temperatur die eingelesene maximale Speichertemperatur  $T_{Max}$ , wer-

den die Heizelemente ausgeschaltet, indem die Inputmatrix  $I_1$  null gesetzt und der Summand neu berechnet wird. Der Status der Heizelemente (An|Aus) wird in der Variablen  $zaehler$  hinterlegt, im Falle des Ausschaltens wird diese Variable auf 1 gesetzt.

Für das Wiedereinschalten der Heizelemente müssen folgende drei Bedingungen erfüllt sein:

1.  $zaehler = 1$
2.  $T_{heiz\_max} \leq T_{hysterese}$
3.  $t_{aus} \geq t_{aus\_min}$

Zuerst wird geprüft, ob die Heizelemente ausgeschaltet sind ( $zaehler = 1$ ). Ist dies der Fall, erfolgt der Abgleich mit der Wiedereinschalttemperatur ( $T_{hysterese}$ ). Unterschreitet die maximale Temperatur der Heizelemente diesen Schwellenwert wird im letzten Schritt geprüft, ob die vorgegebene Ausschaltzeit ( $t_{aus\_min}$ ) der Heizelemente vergangen ist. Sind alle Bedingungen erfüllt, werden die Heizelemente wieder eingeschaltet und die Inputmatrix  $I_1$  mit der elektrischen Leistung  $P_{el}$  befüllt sowie der Zähler ( $zaehler$ ) und die Ausschaltzeit ( $t_{aus}$ ) auf Null gesetzt.

Bevor der nächste Zeitschritt durchlaufen wird, wird - sofern die Heizelemente ausgeschaltet sind - die Ausschaltzeit um 1 erhöht.

Im letzten Schritt der Berechnungsschleife wird der transponierte Temperaturvektor ( $T'$ ) in der Temperaturmatrix ( $Temp$ ) abgespeichert (Gleichung 4.44).

$$Temp(t, :) = T' \quad (4.44)$$

Sollte das Speicherintervall ( $t_{abspeichern}$ ) größer 1 sein, wird nicht in jedem Schritt abgespeichert. Dies reduziert den benötigten Speicherplatz und ermöglicht längere Simulationsdauern.

Als Ergebnisse des Berechnungsschrittes wird die Temperaturmatrix sowie die aufsummierten Werte für Enthalpie, elektrische Arbeit und Wärmeverlust an den nachfolgenden Prozessschritt (Post-Processing) übergeben.

## 4.4 Post-Processing

### 4.4.1 Umrechnung Temperaturen

Da für die Berechnung die in °Celsius eingelesenen Temperaturwerte in Kelvin umgerechnet wurden, wird dies für die Darstellung wieder revidiert.

$$Temp = Temp - 273.15 \quad (4.45)$$

### 4.4.2 Energiebilanz und Ausnutzungsgrad

Da gemäß dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik Energie weder erzeugt noch vernichtet werden darf, kann die Energiebilanz zur Überprüfung der Berechnung herangezogen werden. Entsprechend Gleichung 4.46 ist die Summe aus innerer Energie ( $U$ ), Enthalpie ( $H$ ) und Arbeit ( $W$ ) gleich Null.

$$0 = \sum U + \sum H + \sum W \quad (4.46)$$

Die Werte für Enthalpie ( $H$ ) und Arbeit ( $W$ ) werden in der Funktion *Berechnung4* berechnet und als Matrizen der Dimension [knoten x 1] bereitgestellt. Entsprechend werden die Matrizen aufsummiert und der Betrag gebildet, um einen skalaren Wert zu erhalten. Die innere Energie ( $U$ ) wird gemäß Gleichung 4.47 aus der Differenz zwischen ihrem End- und Anfangswert gebildet.

$$\sum U = U_{Ende} - U_{Anfang} \quad (4.47)$$

Um eine Aussage über die Genauigkeit der Berechnung treffen zu können, wird für jeden Prozess der relative Fehler der Energiebilanz ( $EB$ ) berechnet. Im Falle der Beladung (Gleichung 4.48) wird die Differenz zwischen innerer Energie und Arbeit auf die innere Energie bezogen.

$$EB = \frac{dU - dW}{dU} \quad (4.48)$$

Abweichend wird für die Betrachtung des Stillstandes (Gleichung 4.49) die innere Energie auf ihren Anfangswert bezogen.

$$EB = \frac{dU}{U_{Anfang}} \quad (4.49)$$

Für die Betrachtung der Energiebilanz bei der Entladung (Gleichung 4.50) wird die Differenz aus innerer Energie und Enthalpie auf die innere Energie bezogen.

$$EB = \frac{dU - dH}{dU} \quad (4.50)$$

Wird die Energiebilanz für die Beurteilung der numerischen Berechnung herangezogen, so kann ein Ausnutzungsgrad herangezogen werden, um die Güte der Prozesse zu beschreiben. Hierfür werden für die Prozesse der Beladung und Entladung jeweils ein Aufwand und ein Nutzen definiert und diese ins Verhältnis gesetzt.

$$\eta = \frac{dU_{FK}}{dW} \quad (4.51)$$

Bei der Beladung entspricht gemäß Gleichung 4.51 die Änderung der inneren Energie des Festkörpers<sup>6</sup> dem Nutzen des Prozesses, wohingegen die eingebrachte elektrische Arbeit

<sup>6</sup>entspricht den Festkörperknoten in den Ebenen

den Aufwand darstellt.

Da innerhalb des Prozesses des Stillstandes weder die Definition eines Nutzens noch eines Aufwandes sinnvoll erscheint, wird anstelle eines Ausnutzungsgrades die Selbstentladungsrate  $SDR$ <sup>7</sup> gemäß Gleichung 4.52 bestimmt.

$$SDR = \frac{U_{FK \text{ Ende}}}{U_{FK \text{ Anfang}}} \quad (4.52)$$

Bei der Entladung stellt die aus dem System abgeführte Enthalpie den Nutzen und die Änderung der inneren Energie des Festkörpers den Aufwand des Prozesses dar.

$$\eta = \frac{dH}{dU_{FK}} \quad (4.53)$$

### 4.4.3 Diagramme

Für die grafische Darstellung des berechneten Temperaturverlaufs werden diverse Diagramme, siehe Tabelle 27, erzeugt.

---

<sup>7</sup>Self-Discharge Rate

Tabelle 27: Übersicht der Diagramme

Name	x-Achse	y-Achse	Darstellung	Prozess
Heizelemente	Simulationsdauer	Temperatur	Temperaturverlauf der Heizelemente, Mittelwert der Ebenen	Beladung
alle Heizelemente	Simulationsdauer	Temperatur	Temperaturverlauf aller Heizelemente	Beladung
Fluidaustritts- temperatur	Simulationsdauer	Temperatur	Temperaturverlauf gemittelte Fluidaustrittstemperatur	Entladung
Fluidtemperatur	Simulationsdauer	Temperatur	Temperaturverlauf aller Fluidknoten	Entladung
Fluidtemperatur Ebene	diskrete Zeitpunkte	Ebenen	Fluidtemperatur entlang Speicherhöhe zu diskreten Zeitpunkten	Entladung
Festkörper	Simulationsdauer	Temperatur	Verlauf der gemittelten Festkörpertemperatur der Ebenen	alle
Zylinder	Simulationsdauer	Temperatur	Temperaturverlauf innerhalb Zylinders (heiz-ober-fest1-fest2-fest3)	alle
Speichertemperatur	diskrete Zeitpunkte	Ebenen	Festkörpertemperatur entlang Speicherhöhe zu diskreten Zeitpunkten	alle
mittlere Isolierungstemperaturen	Simulationsdauer	Temperatur	Verlauf der gemittelten Isolierungstemperaturen	alle
mittlere Oberflächentemperaturen	Simulationsdauer	Temperatur	Verlauf der gemittelten Oberflächentemperaturen	alle
Umgebungstemperaturen	Simulationsdauer	Temperatur	Verlauf der Umgebungstemperaturen	alle

#### 4.4.4 Ausgabe

Für die Sicherung der Ergebnisse werden die Eingabedaten und relevante Kenngrößen in einer Matrix namens Ausgabe abgespeichert. Diese Matrix wird wiederum über den Befehl writematrix() als Text-Datei gespeichert. Weiterhin werden die Temperaturmatrix sowie alle Knotenmatrizen abgespeichert.

Tabelle 28: Übersicht der ausgegebenen Variablen

Name	Variable	Einheit
Prozess	<i>list(indx)</i>	-
Speichertemperatur	<i>T_fest</i>	°C
Umgebungstemperatur	<i>T_um</i>	°C
Luft Eintrittstemperatur	<i>T_fluid_ein</i>	°C
maximale Speichertemperatur	<i>T_Max</i>	°C
Wiedereinschalttemperatur	<i>T_hysterese</i>	°C
Ebenen	<i>ebenen</i>	-
Heizebenen	<i>heizebenen</i>	-
Heizelemente pro Ebene	<i>x_richtung</i>	-
Strömungskanäle pro Ebene	<i>y_richtung</i>	-
Kühlrippe	<i>operator</i>	-
Massenstrom	<i>m_punkt</i>	kg/s
Leistung Heizelement	<i>P</i>	W
Ausschaltdauer	<i>t_aus_min</i>	min
Simulationsdauer	<i>t</i>	h
Zeitschritt	<i>dt</i>	s
Abspeicherintervall (Zeitschritte)	<i>t_abspeichern</i>	-
Anzahl Knoten	<i>knoten</i>	-
Anzahl Kanten	<i>kanten</i>	-
dU Gesamtsystem	<i>dU</i>	MWh
dU Festkörper	<i>dU_FK</i>	MWh
Arbeit	<i>dW</i>	MWh
Enthalpie	<i>dH</i>	MWh
dU_Umgebung = Verlust	<i>Verlust</i>	MWh
Energiebilanz	<i>EB</i>	%
Ausnutzungsgrad Speicher	<i>eta</i>	%
Berechnungszeit	<i>elapsedTime</i>	s

## 5 Simulative Untersuchung der thermischen Prozesse

### 5.1 Übersicht

Mit der simulativen Untersuchung soll der Einfluss unterschiedlicher Rand- und Anfangsbedingungen auf das Systemverhalten untersucht werden. Da in den jeweiligen Teilprozessen unterschiedliche Rand- und Anfangsbedingungen herrschen, wird die Untersuchung entsprechend der Prozesse aufgeteilt und separat ausgewertet. Um eine Vergleichbarkeit zu gewährleisten, erfolgen die simulativen Untersuchungen bei einer konstanten Speicher- aufteilung, siehe Tabelle 29.

Tabelle 29: Aufteilung des Speichers für alle simulativen Untersuchungen

Parameter	<i>ebenen</i>	<i>heizebenen</i>	<i>x_richtung</i>	<i>y_richtung</i>	<i>operator</i>
Wert	12	12	4	6	1

Weichen in einzelnen Versuchsreihen die Werte von denen in Tabelle 29 ab, so wird dies an den entsprechenden Stellen explizit erwähnt.

Die Untersuchung der verschiedenen Einflussgrößen erfolgt in Versuchsreihen, in denen nur jeweils eine Einflussgröße variiert wird und die restlichen Rand- und Anfangsbedingungen konstant gehalten werden.

Tabelle 30 listet die für die entsprechenden Teilprozesse identifizierten Einflussgrößen auf und sortiert sie in die entsprechenden Versuchsreihen ein.

Tabelle 30: Übersicht der simulativen Versuche

Versuchsreihe	Prozess	Parameter	Versuche
1	Beladung	maximale Speichertemperatur	V1 - V6
2	Beladung	elektrische Leistung	V7 - V10
3	Beladung	anfängliche Speichertemperatur	V11- V14
4	Beladung	Ausschaltzeit der Heizelemente	V15 - V19
5	Beladung	Anzahl Heizebenen	V20 - V25
6	Beladung	Wiedereinschalttemperatur	V26- V29
7	Stillstand	Speichertemperatur Fall 0	V30 - V34
8	Stillstand	Speichertemperatur Fall 1	V35 - V39
9	Stillstand	Langzeitversuche	V40 & V41
10	Entladung	Fluideintrittstemperatur	V42 - V46
11	Entladung	Massenstrom	V45, V47 - V51
12	Entladung	Wärmeübergangskoeffizient	V45, V52 - V55

Die Einordnung und Interpretation der Ergebnisse der einzelnen Versuchsreihen erfolgt am Ende übergreifend für die einzelnen Prozesse.

## 5.2 Beladung

### 5.2.1 Übersicht

Bei der simulativen Untersuchung des Beladungsprozesses werden insgesamt sechs Einflussgrößen untersucht. Für alle Versuche gelten, sofern die zu untersuchenden Einflussgrößen nicht tangiert werden, die Bedingungen aus Tabelle 31.

Tabelle 31: Allgemeine Anfangs- und Randbedingungen der Beladungsversuche

Parameter	Wert	Einheit
$T_{fest}$	20	[°C]
$T_{um}$	20	[°C]
$T_{Max}$	1100	[°C]
$T_{hysterese}$	1050	[°C]
$t_{aus\_min}$	5	[min]

Im Rahmen dieser Beladungsversuche wird die Simulationszeit nicht konstant gehalten, sondern in Abhängigkeit der Speicherkapazität und der elektrischen Leistung sowie einem Sicherheitsfaktor für jeden Versuch gemäß Gleichung 5.1 berechnet und auf volle Stunden aufgerundet.

$$t_{sim} = 1,5 \cdot \frac{C_{Speicher} \cdot (T_{Max} - T_{Anfang})}{n_{heiz} \cdot P_{el}} \quad (5.1)$$

Da eine Temperaturregelung der Heizelemente im Simulationsprogramm implementiert ist, weisen die Heizelemente einen Pulsbetrieb auf. Erreichen die Heizelemente die vorgegebene maximale Temperatur erfolgt ihre Ausschaltung solange bis alle Bedingungen des Wiedereinschaltens erfüllt sind.

### 5.2.2 Einfluss der maximalen Speichertemperatur

Die maximale Speichertemperatur beeinflusst die Gesamtkapazität des Speichers. Je höher die Temperatur, desto mehr elektrische Arbeit kann eingespeichert werden und desto höher ist der Exergieanteil der eingespeicherten Energie. Im Rahmen der simulativen Untersuchung sind sechs unterschiedliche Temperaturniveaus (siehe Tabelle 32) untersucht worden.

Tabelle 32: Rand- und Anfangsbedingungen der Versuchsreihe 1

Parameter	V1	V2	V3	V4	V5	V6
$T\_Max$ [ $^{\circ}C$ ]	700	800	900	1000	1100	1500
$T\_hysterese$ [ $^{\circ}C$ ]	650	750	850	950	1050	1450
$t\_sim$ [h]	22	25	28	31	35	47

Die Temperatur innerhalb des Festkörpers sowie die der Heizelemente weist unterschiedliche qualitative Verläufe auf. Beträgt die maximale Speichertemperatur  $T\_Max = 600\text{ }^{\circ}C$  (Abbildung 38 a) verlaufen die Festkörpertemperaturen entlang einer konvex gekrümmten Kurve. In diesem Falle steigt die Temperatur des Heizelementes sprunghaft auf den maximalen Wert an und bereits nach kurzer Dauer pulst das Heizelement. Bei Anhebung des Temperaturniveaus (Abbildung 38 b) verändert sich das Verhalten des Heizelementes. Zunächst steigt dessen Temperatur sprunghaft an und geht über in eine Phase des kontinuierlichen Temperaturanstieges, wobei die Temperaturdifferenz zwischen Heizelement und Festkörper stetig abnimmt. Nach Erreichen der maximalen Temperatur beginnt auch hier das Pulsen des Heizelementes. Der Verlauf der Festkörpertemperatur kann in zwei Phasen eingeteilt werden. Zunächst folgt der Verlauf einer linearen Funktion, welcher in eine Sättigung übergeht, sobald das Heizelement den Pulsbetrieb erreicht.

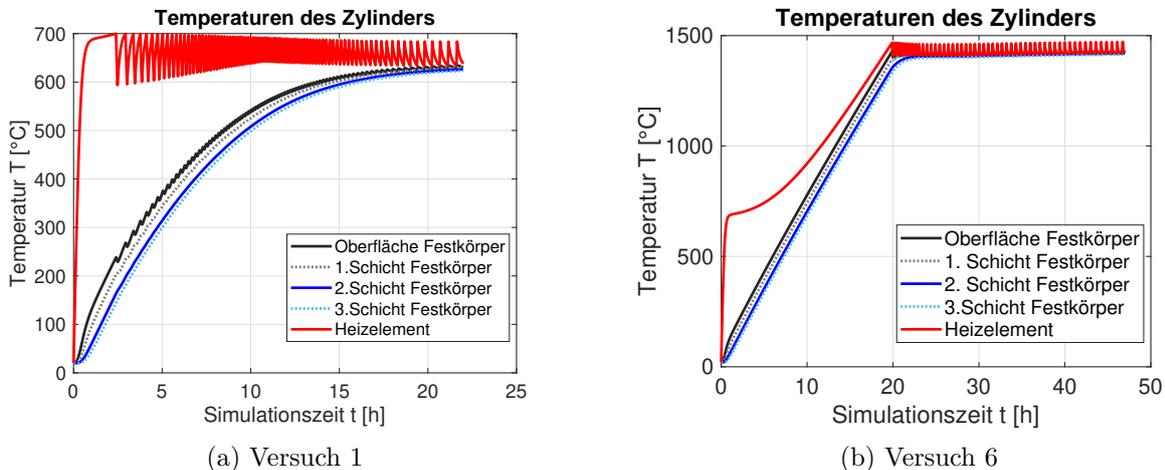


Abbildung 38: Temperaturverlauf innerhalb des Zylinders für zwei Versuche der ersten Versuchsreihe

Das Verhalten der einzelnen Ebenen ist Abbildung 39 zu entnehmen. In beiden betrachteten Fällen weisen Ebene 1 und Ebene 12 sowohl die geringsten Temperaturen auf als auch - während des Pulsbetriebes - abnehmende Temperaturen auf. Bei höherem Temperaturniveau weisen diese Ebenen ein sichtbares Maximum auf.

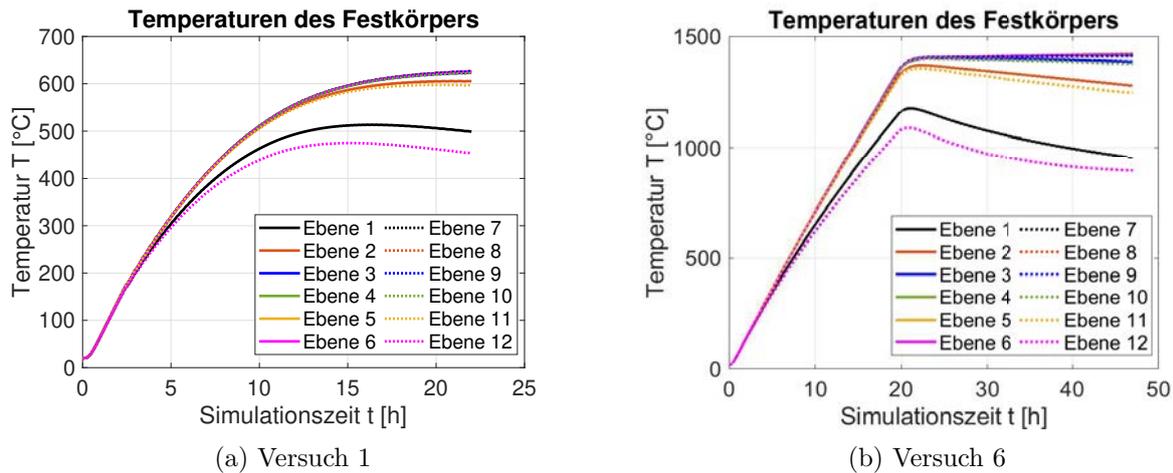


Abbildung 39: Temperaturverlauf der Ebenen für zwei Versuche der ersten Versuchsreihe

Tabelle 33 listet die relevanten Ausgabewerte der einzelnen Versuche auf. Es ist ersichtlich, dass mit Zunahme der Speichertemperatur und damit verbunden einer längeren Simulationszeit die eingespeicherte Energie ansteigt. Ein Vergleich der Absolutwerte ist aufgrund der unterschiedlichen Simulationszeiten nicht aussagefähig.

Auffällig ist, dass sich der Ausnutzungsgrad mit zunehmender Temperatur verringert. Trotz längerer Simulationszeiten bei höherer Speichertemperatur sinkt die Anzahl der Wiedereinschaltungen der Heizelemente.

Tabelle 33: Ergebnisse der ersten Versuchsreihe

Parameter	Einheit	V1	V2	V3	V4	V5	V6
$dU_{ges}$	MWh	2,89	3,43	3,96	4,49	5,05	7,28
$dU_{FK}$	MWh	2,36	2,74	3,10	3,47	3,83	5,26
<i>Arbeit</i>	MWh	2,89	3,43	3,96	4,49	5,053	7,28
$U_{Verlust}$	kWh	112,78	171,15	232,79	302,29	399,57	811,44
Energiebilanz	%	-0,003	-0,0035	-0,002	-0,002	-0,0025	-0,001
Ausnutzungsgrad	%	81,67	79,77	78,45	77,30	75,79	72,24
Wiedereinschaltungen	-	86	67	60	57	58	56
Berechnungszeit	s	27,15	30,63	32,79	36,40	40,33	53,84

### 5.2.3 Einfluss der elektrischen Leistung

Die Höhe der elektrischen Leistung bestimmt die Einspeicherleistung des Systems und die für die Speicherbeladung benötigte Zeit. Auf das Temperaturniveau hat die elektrische Leistung keine Auswirkung. Gemäß Tabelle 34 wird die elektrische Leistung eines Heizelementes zwischen 5000  $W$  und 10000  $W$  variiert.

Tabelle 34: Rand- und Anfangsbedingungen der Versuchsreihe 2

Parameter	V7	V8	V9	V10
$P_{el}$ [W]	5000	6500	8000	10000
$t_{sim}$ [h]	45	35	28	22

Unabhängig von der gewählten Leistung weisen die Heizelemente das bereits beschriebene charakteristische Verhalten auf (Abbildung 40). Die Ausprägung der einzelnen Abschnitte divergiert hingegen. Mit zunehmender Leistung steigt der anfängliche Temperaturschwingung sowie die Temperaturdifferenz zwischen Heizelement und Festkörper. Aus diesem Grunde weist der Festkörper bei hohen elektrischen Leistungen (Abbildung 40 b) zu Beginn des Pulsbetriebes einen schwingenden Verlauf auf. Der Zeitpunkt des Einsetzens des Pulsbetriebes wird bei höheren Leistungen zu früheren Zeiten hin verschoben.

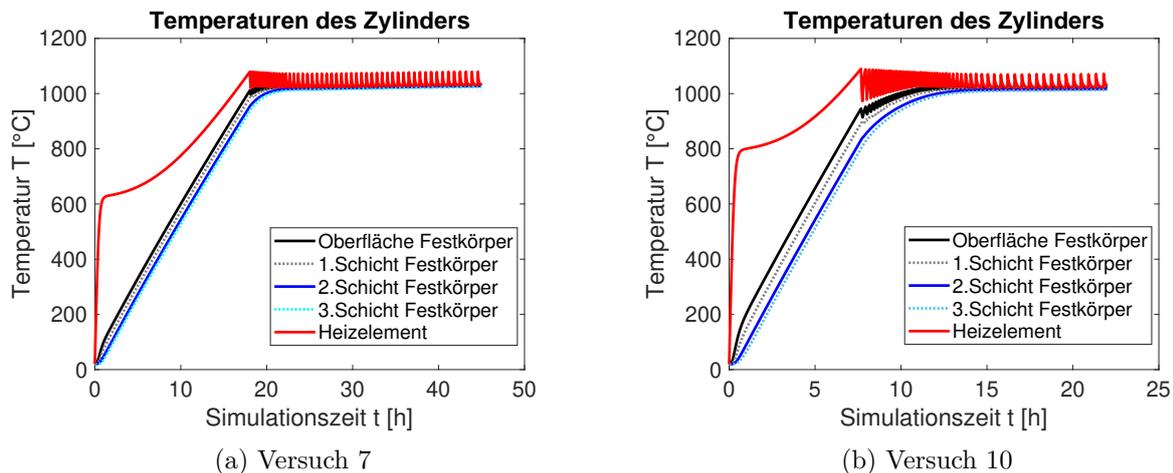


Abbildung 40: VR2: Temperaturverlauf innerhalb des Zylinders für zwei Versuche der zweiten Versuchsreihe

Aus den Ergebnissen in Tabelle 35 ist ersichtlich, dass die Anzahl der Wiedereinschaltungen unabhängig von der Höhe der elektrischen Leistung ist und das, obwohl die betrachteten Zeitspannen nicht identisch sind. Der Ausnutzungsgrad des Speichers erhöht sich mit Zunahme der Leistung, da bei annähernd konstanter eingespeicherter Energie die dafür benötigte Arbeit sinkt.

Tabelle 35: Ergebnisse der zweiten Versuchsreihe

Parameter	Einheit	V7	V8	V9	V10
$dU_{ges}$	MWh	5,21	5,05	4,92	4,80
$dU_{FK}$	MWh	3,79	3,83	3,85	3,88
<i>Arbeit</i>	MWh	5,21	5,05	4,92	4,80
$U_{Verlust}$	kWh	550,34	399,57	293,05	205,59
Energiebilanz	%	-0,001	-0,002	-0,002	-0,003
Ausnutzungsgrad	%	72,81	75,79	78,34	80,84
Wiedereinschaltungen	-	54	58	58	59
Berechnungszeit	s	51,85	40,33	32,61	26,02

### 5.2.4 Einfluss der anfänglichen Speichertemperatur

Das Speicherverhalten bei unterschiedlichen anfänglichen Speichertemperaturen ist für den Betriebsfall interessant, da der Speicher während des Betriebes nicht auf Umgebungsniveau entladen wird. Eine anfängliche Speichertemperatur, die nicht der Umgebungstemperatur entspricht, simuliert entsprechend die Anfangsbedingungen im Betriebsfall des Speichers. Für die Untersuchung wurden vier unterschiedliche anfängliche Speichertemperaturen (Tabelle 36) betrachtet.

Tabelle 36: Rand- und Anfangsbedingungen der Versuchsreihe 3

Parameter	V11	V12	V13	V14
$T_{fest}$ [ $^{\circ}C$ ]	200	400	600	800
$t_{sim}$ [h]	29	22	16	10

Weist der Speicher bereits eine hohe Temperatur zu Beginn auf (Abbildung 41 b), ist der Temperaturverlauf der Ebenen 1 und 12 stark ausgeprägt. Ebene 12 weist, trotz zwischenzeitlichem Temperaturanstieg, am Ende der Beladung nahezu die Ausgangstemperatur auf.

In Abbildung 41 (a), also bei einer geringeren Anfangstemperatur, folgt der Temperaturanstieg zunächst einer linearen Kurve bis er in eine horizontale Sättigung übergeht. Bei einer höheren Anfangstemperatur ist ein solch linearer Anstieg nur in Maßen erkennbar, da der Temperaturverlauf einer gekrümmten Funktion folgt.

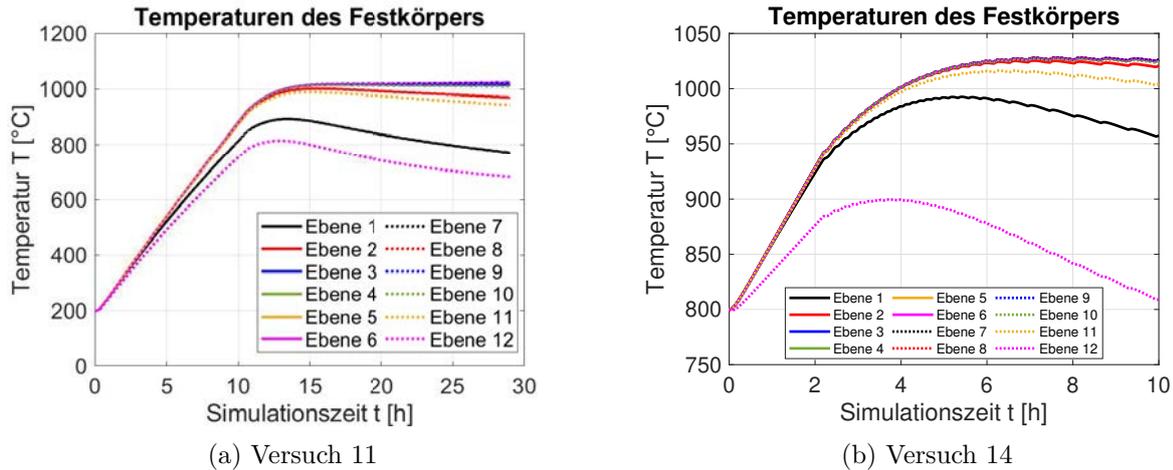


Abbildung 41: Temperaturverlauf der Ebenen für zwei Versuche der dritten Versuchsreihe

Die Ergebnisse in Tabelle 37 zeigen auf, dass der Ausnutzungsgrad des Speichers mit Zunahme der Anfangstemperatur sinkt.

Tabelle 37: Ergebnisse der dritten Versuchsreihe

Parameter	Einheit	V11	V12	V13	V14
$dU_{ges}$	MWh	4,16	3,16	2,18	1,21
$dU_{FK}$	MWh	3,12	2,34	1,57	0,82
Arbeit	MWh	4,16	3,16	2,18	1,21
$U_{Verlust}$	kWh	413,73	401,92	379,62	311,29
Energiebilanz	%	-0,002	-0,003	-0,004	-0,007
Ausnutzungsgrad	%	74,95	73,96	71,99	67,67
Wiedereinschaltungen	-	50	42	34	28
Berechnungszeit	s	33,553	25,71	19,04	12,32

### 5.2.5 Einfluss der Ausschaltzeit der Heizelemente

Gemeinsam mit der Wiedereinschalttemperatur beeinflusst die Ausschaltzeit der Heizelemente deren Pulsbetrieb und somit die Regelung. Da der Speicher zum Lastausgleich beitragen soll, ist ein Pulsbetrieb der Heizelemente weitestgehend zu vermeiden bzw. zu kontrollieren. Durch eine Variation der Ausschaltzeit kann auf der Lastseite die Einspeisung geregelt werden. Um die Auswirkungen unterschiedlicher Ausschaltzeiten besser miteinander vergleichen zu können, wurde für alle Versuche die Simulationszeit auf 16 Stunden festgelegt (Tabelle 38).

Tabelle 38: Rand- und Anfangsbedingungen der Versuchsreihe 4

Parameter	V15	V16	V17	V18	V19
$t_{aus}$ [min]	0	10	15	30	1
$t_{sim}$ [h]	16	16	16	16	16

Bei einer Ausschaltdauer von einer halben Stunde (Abbildung 42 b) gleicht sich im Pulsbetrieb der Temperaturverlauf des Festkörpers und des Heizelementes an. Auch wird die Hysteresetemperatur zunächst deutlich unterschritten, sodass auch noch im Pulsbetrieb eine deutliche Zunahme der Festkörpertemperatur erkennbar ist.

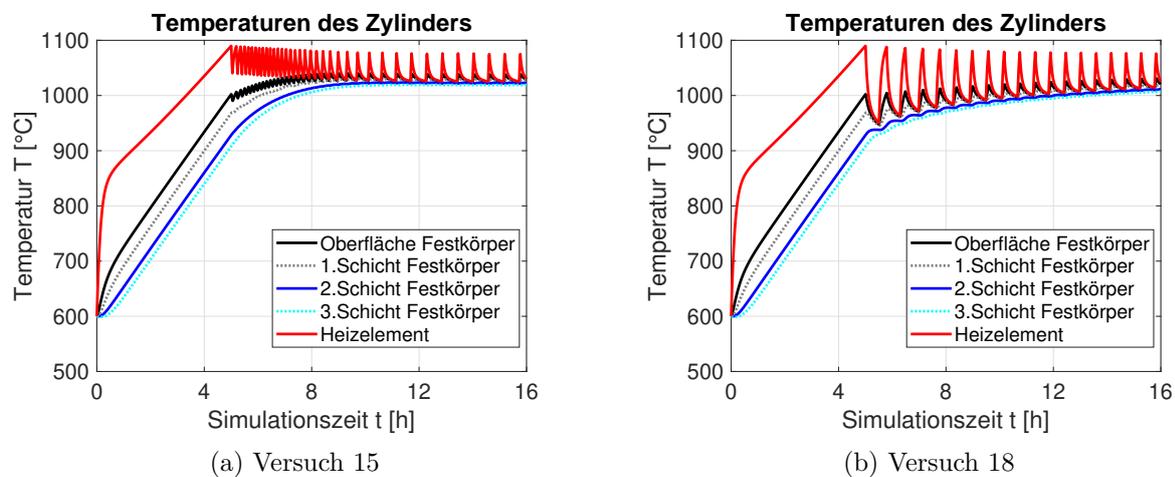


Abbildung 42: Temperaturverlauf innerhalb des Zylinders für zwei Versuche der vierten Versuchsreihe

Wie bereits in Abbildung 42 erkennbar, sinkt die Anzahl der Wiedereinschaltungen. Trotz unterschiedlicher Ausschalt Dauern und Schaltvorgänge, wird gemäß den Ergebnissen in Tabelle 39 die nahezu gleiche Menge an Energie und Arbeit dem System zugeführt, sodass auch der Ausnutzungsgrad nahezu konstant bleibt.

Tabelle 39: Ergebnisse der vierten Versuchsreihe

Parameter	Einheit	V15	V16	V17	V18	V19
$dU_{ges}$	MWh	2,18	2,18	2,18	2,13	2,18
$dU_{FK}$	MWh	1,57	1,57	1,57	1,53	1,57
$Arbeit$	MWh	2,18	2,18	2,18	2,13	2,18
$U_{Verlust}$	kWh	379,74	379,12	378,52	376,77	379,74
Energiebilanz	%	-0,004	-0,004	-0,004	-0,004	-0,004
Ausnutzungsgrad	%	72,00	71,87	72,10	71,93	72,00
Wiedereinschaltungen	-	36	31	28	18	36
Berechnungszeit	s	22,49	19,50	19,03	18,85	19,15

### 5.2.6 Einfluss der Anzahl der Heizebenen

Der Teillastbetrieb der Beladung ist dadurch gekennzeichnet, dass nicht alle Ebenen beladen werden, sondern nur ein Teil. Entsprechend wird nur ein Anteil der maximalen Einspeicherleistung aufgebracht, um den Festkörper zu beladen. Die Heizebenen an sich werden wiederum mit der maximalen Leistung der installierten Heizelemente beladen. Die Auswirkung der Anzahl der Heizebenen wird für zwei Anfangsbedingungen untersucht, wobei die Anzahl der Heizebenen zwischen drei, sechs und neun variiert (Tabelle 40).

Tabelle 40: Rand- und Anfangsbedingungen der Versuchsreihe 5

Parameter	V20	V21	V22	V23	V24	V25
$T_{fest}$ [ $^{\circ}C$ ]	20	20	20	600	600	600
$heizebenen$ [-]	3	6	9	3	6	9
$t_{sim}$ [ $h$ ]	72	69	46	64	32	21

Ein Vergleich der Entwicklung der Speichertemperaturen für beide Anfangsbedingungen (Abbildung 43) zeigt, dass in beiden Fällen nur die Heizebenen einen signifikanten Temperaturanstieg erfahren. Einen leichten Temperaturanstieg verzeichnen die direkt unter den Heizebenen gelegenen Ebenen. Im Unterschied zur niedrigeren Anfangstemperatur, weist der Speicher der höheren Anfangstemperatur (Abbildung 43 b) in seinen unteren Ebenen eine deutliche Absenkung der Temperaturen auf.

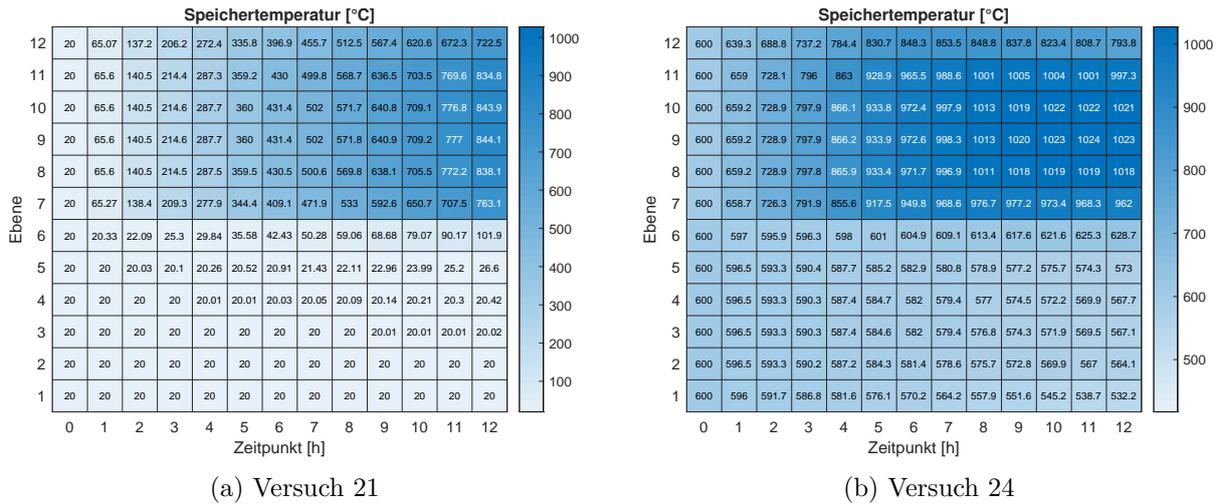


Abbildung 43: Entwicklung der Speichertemperatur für zwei Versuche der fünften Versuchsreihe

Die Ergebnisse in Tabelle 41 zeigen, dass ein Teillastbetrieb den Ausnutzungsgrad senkt. Im Falle von Versuch 23 ergibt sich sogar ein Ausnutzungsgrad unter einem Prozent. Auch sind bei diesem Versuch die Wärmeverluste höher als die Zunahme der inneren Energie des Festkörpers.

Tabelle 41: Ergebnisse der fünften Versuchsreihe

Parameter	Einheit	V20	V21	V22	V23	V24	V25
$dU_{ges}$	MWh	1,94	3,03	3,96	1,15	1,28	1,72
$dU_{FK}$	MWh	1,16	1,98	2,91	0,00787	0,528	1,0902
<i>Arbeit</i>	MWh	1,94	3,03	3,96	1,15	1,28	1,72
$U_{Verlust}$	kWh	264,85	440,66	367,56	997,53	612,93	451,47
Energiebilanz	%	-0,001	-0,001	-0,002	-0,002	-0,003	-0,004
Ausnutzungsgrad	%	59,80	65,50	73,56	0,69	41,24	63,39
Wiedereinschaltungen	-	247	136	76	213	64	43
Berechnungszeit	s	81,99	78,47	53,04	73,38	37,33	24,94

### 5.2.7 Einfluss der Hysterese

Die Wiedereinschalttemperatur und somit die Größe der Hysterese beeinflusst das Verhalten der Heizelemente sowie die zu erreichende Speichertemperatur. Für die Untersuchung wurde die Wiedereinschalttemperatur in Schritten von 25 K variiert sowie einmal 5 K unterhalb der maximalen Temperatur gewählt (Tabelle 42).

Tabelle 42: Rand- und Anfangsbedingungen der Versuchsreihe 6

Parameter	V26	V27	V28	V29
$T\_hysterese$ [ $^{\circ}C$ ]	1075	1025	1000	1095
$t\_sim$ [h]	16	16	16	16

Sowohl in Abbildung 44 sowie in den Ergebnissen (Tabelle 43) ist erkennbar, dass bei Verringerung der Hysterese die Anzahl der Wiedereinschaltungen steigt. Weiterhin nähert sich in beiden Fällen die Festkörpertemperatur der Wiedereinschalttemperatur und nicht der maximalen Temperatur an. Besonders in Abbildung 44 a ist die verbleibende Differenz zwischen Festkörpertemperatur und maximaler Temperatur sichtbar.

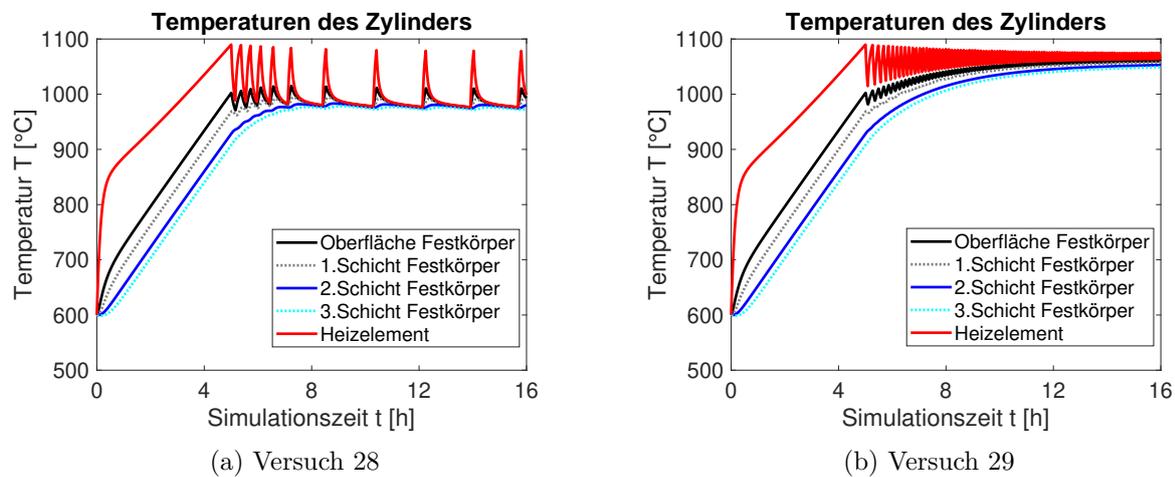


Abbildung 44: Temperaturverlauf innerhalb des Zylinders für zwei Versuche der sechsten Versuchsreihe

Unabhängig von der gewählten Hysterese sind der Ausnutzungsgrad sowie die Verluste, da sie gemäß den Werten in Tabelle 43 für alle Versuche nahezu konstant sind. Energie und Arbeit verhalten sich proportional zur Wiedereinschalttemperatur und somit anti-proportional zur Größe der Hysterese.

Tabelle 43: Ergebnisse der sechsten Versuchsreihe

Parameter	Einheit	V26	V27	V28	V29
$dU_{ges}$	MWh	2,28	2,07	1,99	2,32
$dU_{FK}$	MWh	1,66	1,48	1,41	1,69
<i>Arbeit</i>	MWh	2,28	2,07	1,99	2,32
$U_{Verlust}$	kWh	380,66	378,02	376,11	380,83
Energiebilanz	%	-0,004	-0,004	-0,004	-0,004
Ausnutzungsgrad	%	72,68	71,24	70,59	72,99
Wiedereinschaltungen	-	69	18	10	102
Berechnungszeit	s	19,27	19,29	19,18	19,17

## 5.3 Stillstand

### 5.3.1 Übersicht

Der Prozess des Stillstandes entspricht der Speicherung der elektrischen Energie in Form von Wärme. Ein Gütekriterium dieses Prozesses ist die Selbstentladungsrate des Speichers, welche möglichst gering sein sollte. Einflussgrößen des Prozesses sind die Speichertemperatur zu Beginn des Prozesses, die betrachtete Zeitspanne sowie das Vorhandensein der Isolierungsbegrenzung.

### 5.3.2 Einfluss der Isolierungsbegrenzung sowie Speichertemperatur

In Abhängigkeit unterschiedlicher Anfangstemperaturen (Tabelle 44) wird das Stillstandsverhalten für den Fall mit Isolierungsbegrenzung (V35 - V39) mit dem Fall ohne Isolierungsbegrenzung (V30 - V34) verglichen. Das Verhalten wird jeweils für eine Dauer von einer Woche simuliert.

Tabelle 44: Rand- und Anfangsbedingungen der Versuchsreihe 7 und 8

Parameter	V30	V31	V32	V33	V34
	V35	V36	V37	V38	V39
$T_{fest}$ [°C]	600	800	1000	1100	1500
$t_{sim}$ [h]	168	168	168	168	168

Der Vergleich der Temperaturentwicklung beider Fälle in Abbildung 45 zeigt, dass im unteren Teil des Speichers das Vorhandensein einer Isolierungsbegrenzung nicht erkennbar ist.

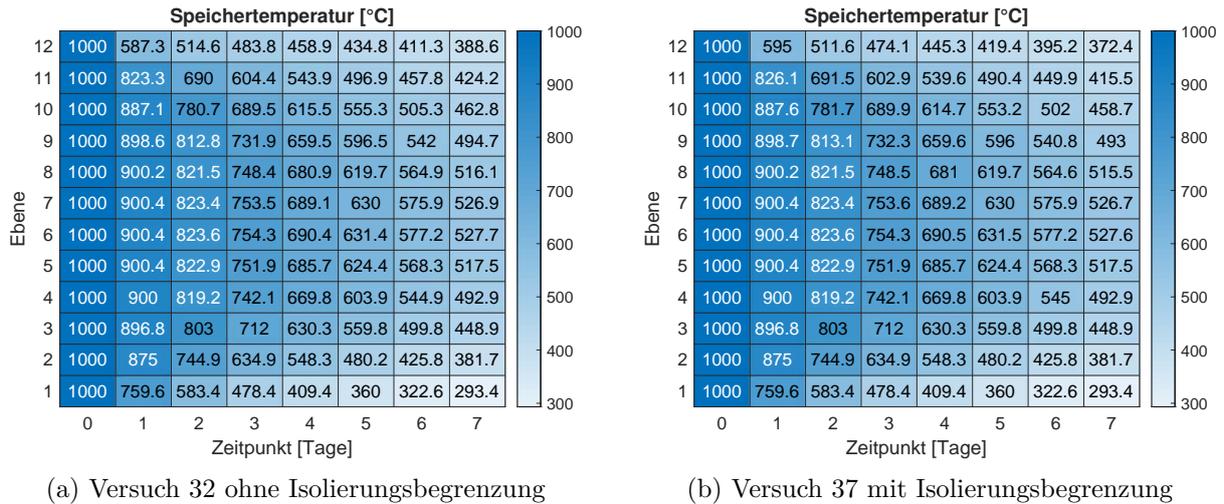


Abbildung 45: Entwicklung der Speichertemperatur bei 1000 °C

In beiden Fällen weisen die Selbstentladungsraten gemäß Tabelle 45 und Tabelle 46 einen Wert zwischen 53 und 56 Prozent auf, wobei ohne Isolierungsbegrenzung die Werte niedriger sind. Allerdings ist kein signifikanter Unterschied erkennbar. Für beide Fälle ist charakteristisch, dass die Änderung der Festkörperenergie einen niedrigeren Wert als die Verlustenergie aufweist. Dies ist dadurch bedingt, dass auch andere Speicherbestandteile wie die Isolierung zum Wärmeverlust beitragen.

Tabelle 45: Ergebnisse der siebten Versuchsreihe

Parameter	Einheit	V30	V31	V32	V33	V34
$dU_{FK}$	MWh	1,31	1,77	2,23	2,46	3,39
$U_{Verlust}$	MWh	1,58	2,13	2,69	2,97	4,09
Energiebilanz	$\cdot 10^{-12}\%$	4,02	0,33	2,96	6,04	4,62
Selbstentladungsrate	%	53,21	53,89	54,37	54,57	55,16
Berechnungszeit	s	187,23	188,31	187,93	185,58	184,83

Tabelle 46: Ergebnisse der achten Versuchsreihe

Parameter	Einheit	V35	V36	V37	V38	V39
$dU_{FK}$	MWh	1,32	1,78	2,24	2,47	3,41
$U_{Verlust}$	MWh	1,57	2,12	2,67	2,95	4,06
Energiebilanz	$\cdot 10^{-12}\%$	3,25	0,082	8,24	3,71	6,47
Selbstentladungsrate	%	53,47	54,16	54,64	54,83	55,42
Berechnungszeit	s	185,23	184,91	184,36	185,09	184,93

### 5.3.3 Untersuchung des Langzeitverhaltens

Für die Untersuchung des Langzeitverhaltens erfolgen zwei Versuche mit unterschiedlichen Anfangstemperaturen und einer Simulationsdauer von vier Wochen. In Versuch 40 weist der Speicher zu Beginn eine Temperatur von  $1000\text{ }^{\circ}\text{C}$  auf und in Versuch 41 eine Temperatur von  $1500\text{ }^{\circ}\text{C}$ . In beiden Versuchen wird die Isolierungsbegrenzung berücksichtigt.

Abbildung 46 stellt die Temperaturverläufe der einzelnen Ebenen dar. Grundsätzlich folgen alle Ebenen einer exponentialen Funktion, wobei die oberen Ebenen 11 und 12 einen deutlichen Funktionsknick aufweisen. In beiden Diagrammen ist die eintretende Sättigung gegen Ende der Simulationszeit erkennbar, wobei diese im Falle der niedrigeren Anfangstemperatur (Abbildung 46 a) zu einem früheren Zeitpunkt erreicht wird.

In Abbildung 47 sind die Temperaturen der einzelnen Ebenen pro Tag dargestellt. Hier ist erkennbar, dass sich der Speicher zunächst stärker in den oberen und unteren Ebenen abkühlt und ein starkes Temperaturgefälle aufweist. Im Laufe der Zeit verringert sich dieses Temperaturgefälle und die Speichertemperatur homogenisiert sich.

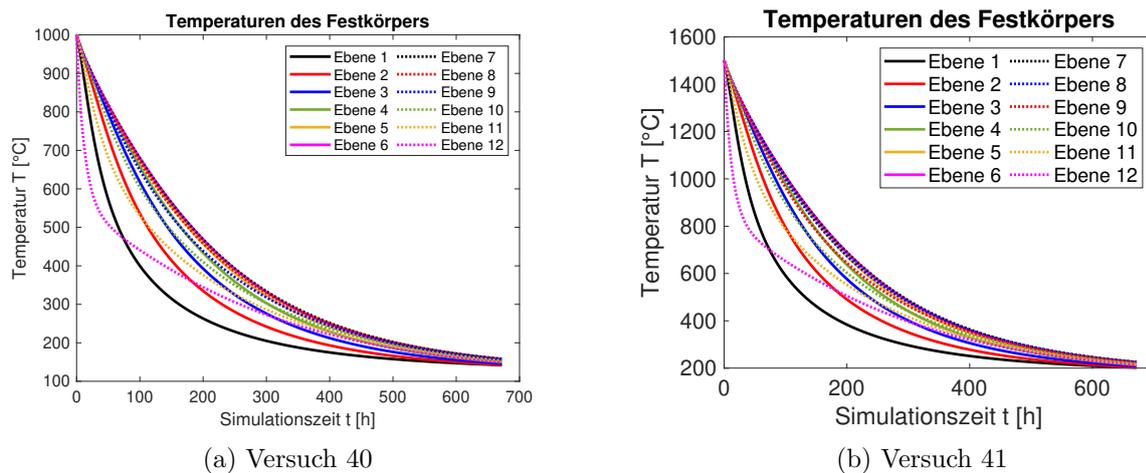


Abbildung 46: Temperaturverlauf der Ebenen der Versuchsreihe 9

Die Selbstentladungsrate beträgt unabhängig der Anfangstemperatur rund 85 Prozent. Auch dies ist ein Anzeichen dafür, dass das Temperaturniveau das charakteristische Speicherverhalten nicht beeinflusst.

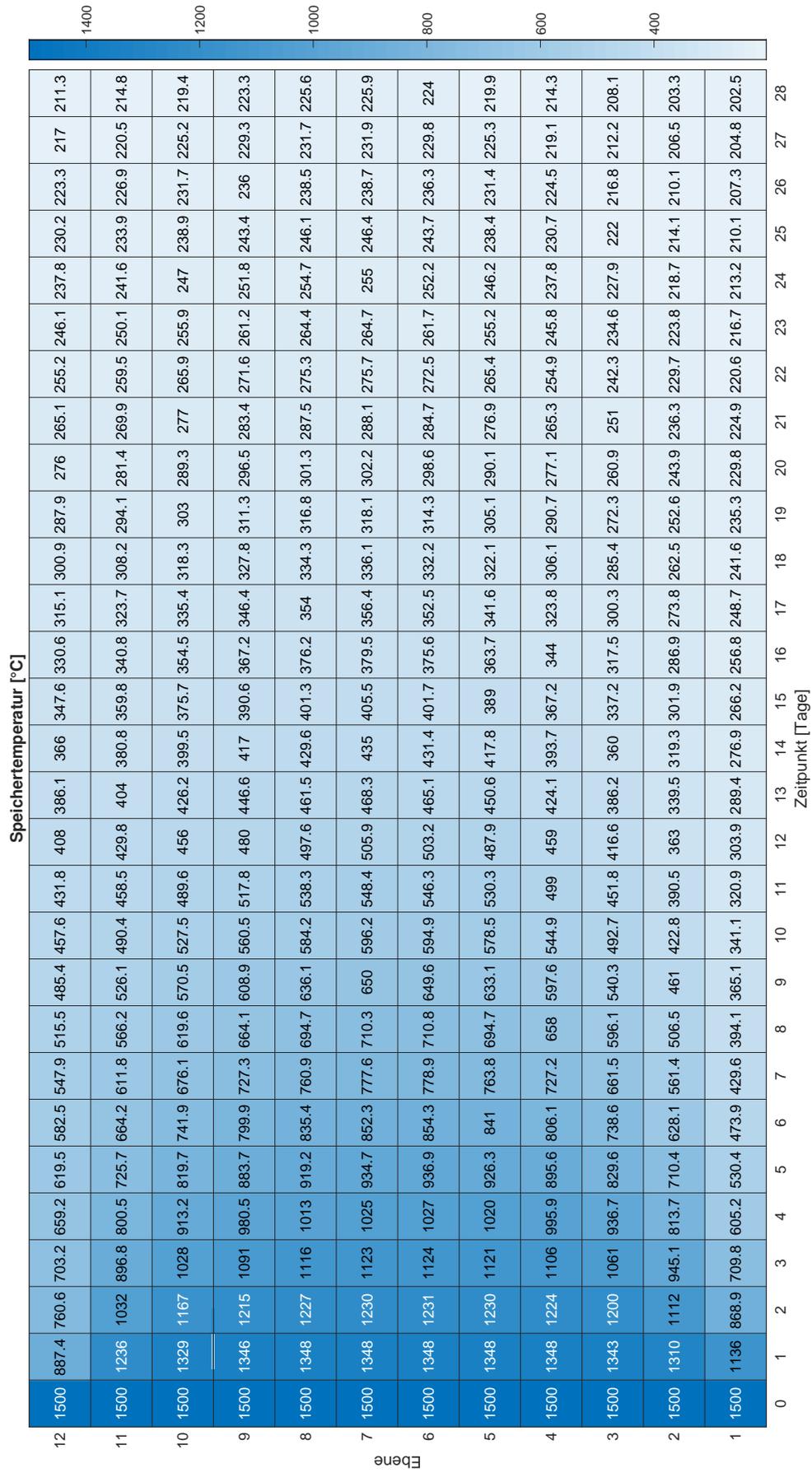


Abbildung 47: Entwicklung der Speichertemperatur im Versuch 41

Tabelle 47: Ergebnisse der neunten Versuchsreihe

Parameter	Einheit	V40	V41
$dU_{FK}$	MWh	3,48	5,27
$U_{Verlust}$	MWh	4,26	6,45
Energiebilanz	$\cdot 10^{-11}\%$	1,42	1,46
Selbstentladungsrate	%	84,86	85,60
Berechnungszeit	s	734,92	738,23

## 5.4 Entladung

### 5.4.1 Übersicht

Die simulative Untersuchung des Entladungsprozesses umfasst drei Versuchsreihen mit 14 Versuchen. Dabei wird der Entladungsprozess hinsichtlich des Einflusses der Fluideintrittstemperatur, des Massenstromes und des Wärmeübergangskoeffizienten untersucht. Standardmäßig werden für alle Versuche die Rand- und Anfangsbedingungen gemäß Tabelle 48 verwendet sowie eine Simulationsdauer von zwölf Stunden angesetzt.

Tabelle 48: Rand- und Anfangsbedingungen der Entladeversuche

Parameter	Wert	Einheit
$T_{fest}$	1000	$^{\circ}C$
$T_{um}$	20	$^{\circ}C$
$T_{fluid\_ein}$	300	$^{\circ}C$
$m_{punkt}$	0,35	$\frac{kg}{s}$
$alpha$	20	$\frac{W}{m^2 K}$

### 5.4.2 Einfluss der Fluideintrittstemperatur

Diese Versuchsreihe soll den Einfluss einer potentiellen Vorwärmung des Fluids<sup>8</sup> auf das Speicherverhalten simulieren. Sofern das Fluid eine Vorwärmung erfährt, tritt es mit einer Temperatur ungleich der Umgebungstemperatur in den Speicher ein. Entsprechend ändert sich die Randbedingung des eintretenden Enthalpiestromes. In Tabelle 49 sind die den einzelnen Versuchen zugrunde liegenden Fluideintrittstemperaturen aufgelistet.

Tabelle 49: Rand- und Anfangsbedingungen der Versuchsreihe 10

Parameter	V42	V43	V44	V45	V46
$T_{fluid\_ein} [^{\circ}C]$	20	100	200	300	400

<sup>8</sup>durch einen Rekuperator im Rückverstromungsprozess

Der Einfluss der Ein- auf die Austrittstemperatur des Fluids ist in Abbildung 48 dargestellt. Unabhängig der Eintrittstemperatur ist in beiden Diagrammen erkennbar, dass keine konstante Austrittstemperatur erreicht wird. Je höher die Eintrittstemperatur (Abbildung 48 b) desto niedriger ist das zeitliche Temperaturgefälle am Austritt.

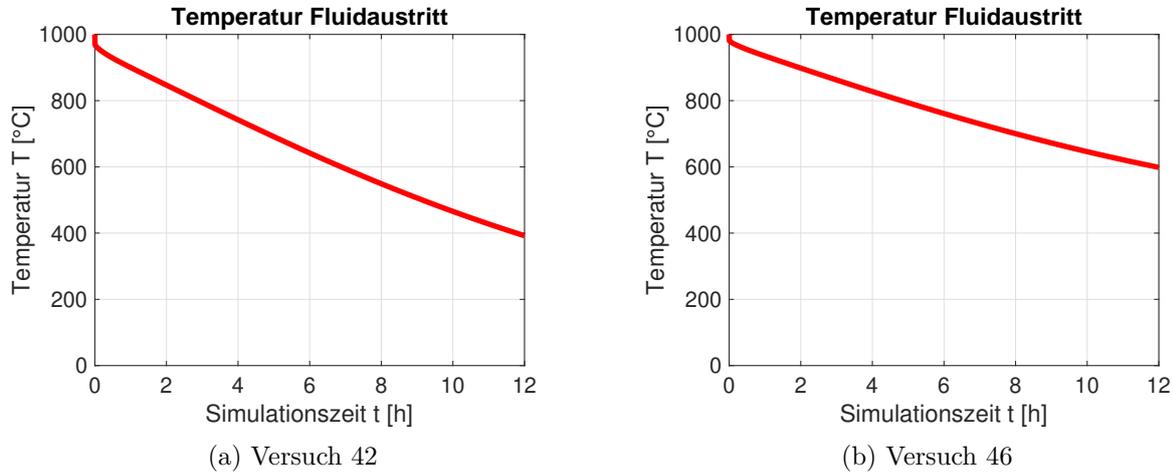


Abbildung 48: Entwicklung der Luftaustrittstemperatur in Abhängigkeit der Lufteintrittstemperatur

In beiden Fällen weist die Speichertemperatur (Abbildung 49) eine ausgeprägte Schichtung auf. Ausnahme hierbei ist, dass nicht Ebene 12 sondern Ebene 11 die maximale Speichertemperatur aufweist.

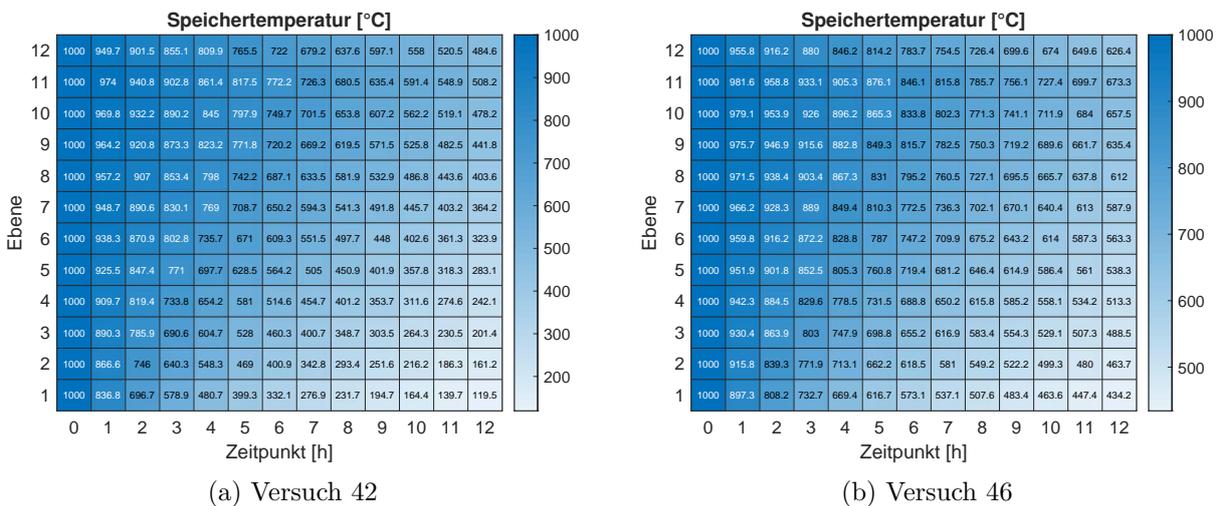


Abbildung 49: Entwicklung der Speichertemperatur in Abhängigkeit der Lufteintrittstemperatur

Den Ergebnissen in Tabelle 50 zufolge, sinkt der Ausnutzungsgrad des Speichers mit steigender Fluideintrittstemperatur. Weiterhin sinkt durch die erhöhte Eintrittstemperatur die entnehmbare Enthalpiedifferenz, was jedoch wiederum dazu führt, dass der Speicher

länger entladen werden kann. Während die Änderung der inneren Energie des Festkörpers sowie die Enthalpie mit Zunahme der Eintrittstemperatur fallen, so steigt der Wärmeverlust mit dieser an.

Tabelle 50: Ergebnisse der zehnten Versuchsreihe

Parameter	Einheit	V42	V43	V44	V45	V46
dU_FK	MWh	3,05	2,83	2,55	2,28	2,00
Enthalpie	MWh	2,92	2,67	2,35	2,03	1,71
U_Verlust	kWh	291,52	306,16	324,46	342,76	361,07
Energiebilanz	$\cdot 10^{-3}\%$	-0,30	-0,30	-0,29	-0,28	-0,27
Ausnutzungsgrad	%	95,82	94,25	91,89	88,94	85,17
Berechnungszeit	s	32,89	32,55	32,37	33,06	33,01

### 5.4.3 Einfluss Fluidmassenstrom

Neben der Fluideintrittstemperatur bestimmt der Massenstrom des Fluids den eintretenden Enthalpiestrom. Gemäß Tabelle 51 wird der Massenstrom innerhalb dieser Versuchsreihe in Schritten von  $0,05 \frac{kg}{s}$  variiert.

Tabelle 51: Rand- und Anfangsbedingungen der Versuchsreihe 11

Parameter	V45	V47	V48	V49	V50	V51
m_punkt [ $\frac{kg}{s}$ ]	0,35	0,3	0,25	0,2	0,15	0,1

Wie in Abbildung 50 ersichtlich, stehen Massenstrom und Fluidaustrittstemperatur in einem antiproportionalen Verhältnis. Eine konstante Austrittstemperatur wird jedoch in beiden Fällen nicht erreicht.

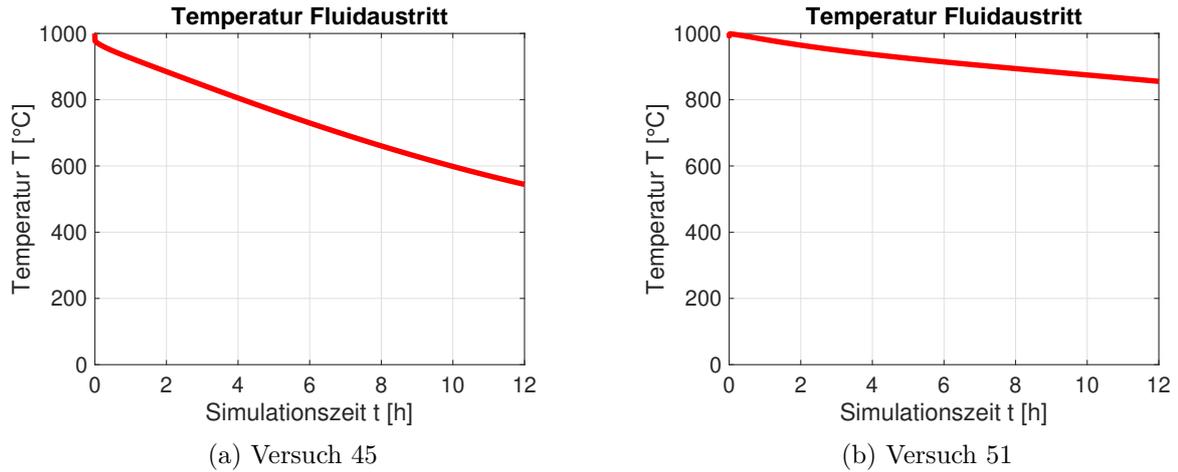


Abbildung 50: Entwicklung der Luftaustrittstemperatur in Abhängigkeit des Massenstromes

Eine Temperaturschichtung innerhalb des Speichers ist in beiden Fällen erkennbar (Abbildung 51), wobei sie im Falle eines geringeren Massenstromes (Abbildung 51 b) stärker ausgeprägt ist.

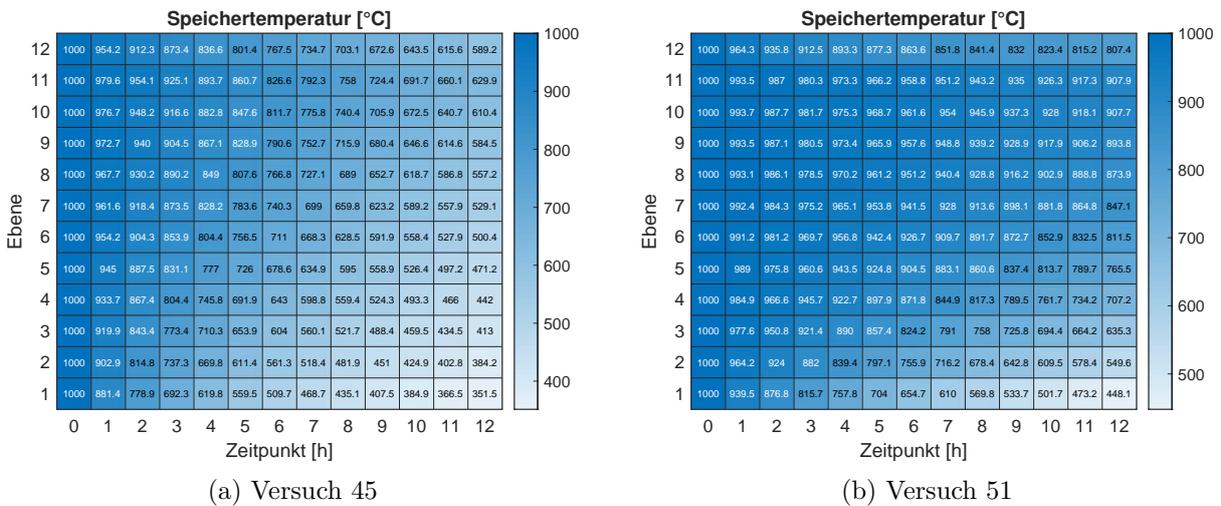


Abbildung 51: Entwicklung der Speichertemperatur in Abhängigkeit des Massenstromes

Der Ausnutzungsgrad des Speichers sinkt gemäß den Werten in Tabelle 52 mit der Abnahme des Massenstromes. Durch den verringerten eintretenden Enthalpiestrom nehmen auch die Änderung der inneren Energie des Festkörpers sowie die Enthalpie ab. Der Wärmeverlust bleibt jedoch annähernd konstant und kann somit als massenstromunabhängig angesehen werden.

Tabelle 52: Ergebnisse der elften Versuchsreihe

Parameter	Einheit	V45	V47	V48	V49	V50	V51
$dU_{FK}$	MWh	2,28	2,16	2,00	1,80	1,54	1,21
<i>Enthalpie</i>	MWh	2,03	1,89	1,71	1,48	1,19	0,82
$U_{Verlust}$	kWh	342,76	345,87	349,71	354,59	361,05	370,3
Energiebilanz	$\cdot 10^{-3}\%$	-0,28	-0,32	-0,36	-0,40	-0,45	-0,49
Ausnutzungsgrad	%	88,94	87,45	85,33	82,13	76,86	67,23
Berechnungszeit	s	33,06	33,07	33,33	31,89	32,37	32,07

#### 5.4.4 Einfluss Wärmeübergangskoeffizient

Während die ersten beiden Versuchsreihen die Randbedingung des eintretenden Enthalpiestromes variiert haben, so wird in dieser Versuchsreihe der Einfluss des Wärmeübergangskoeffizienten untersucht. Wie bereits im Kapitel Modellierung erwähnt, wird auf eine Berechnung des Wärmeübergangskoeffizienten verzichtet, sondern seine Werte in Schritten von  $10 \frac{W}{m^2 K}$  variiert (Tabelle 53).

Tabelle 53: Rand- und Anfangsbedingungen der Versuchsreihe 12

Parameter	V45	V52	V53	V54	V55
$alpha \left[ \frac{W}{m^2 K} \right]$	10	20	30	40	50

Bei einem Wärmeübergangskoeffizienten von  $\alpha = 10 \frac{W}{m^2 K}$  (Abbildung 52 a) erreicht die Fluidaustrittstemperatur die Speichertemperatur nicht. Der Temperatursprung zu Beginn der Simulation ist der anfängliche Fluidtemperatur innerhalb des Speichers, die per Definition der Festkörpertemperatur entspricht, geschuldet. Weiterhin wird keine konstante Fluidaustrittstemperatur erreicht. Trotz der Unterschiede im Wärmeübergangskoeffizienten (Faktor 5), ist der Unterschied der Austrittstemperaturen am Ende der Entladung nur marginal. Entsprechend ist der Temperaturgradient im Falle höherer Wärmeübergangskoeffizienten (Abbildung 52 b) stärker ausgeprägt.

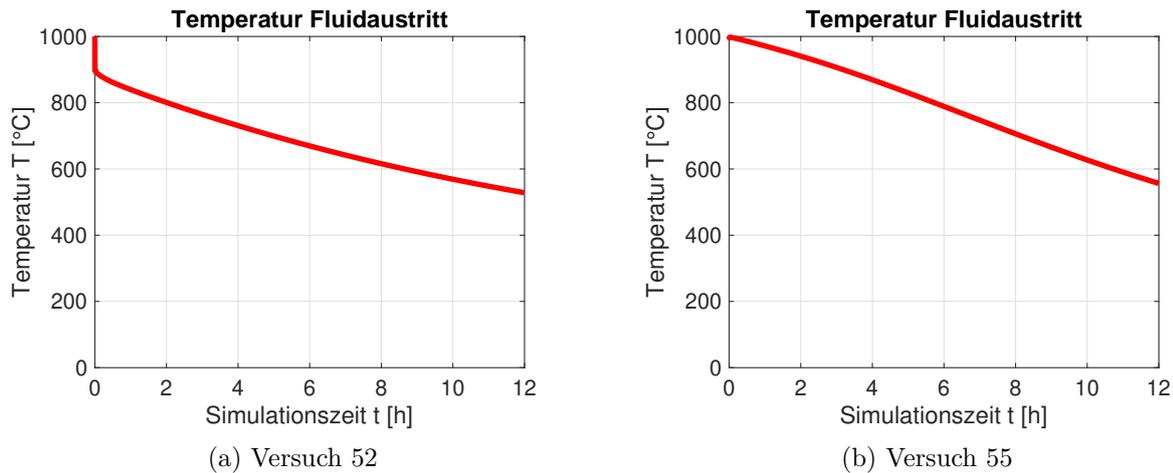


Abbildung 52: Entwicklung der Luftaustrittstemperatur in Abhängigkeit des Wärmeübergangskoeffizienten

Bei der Entwicklung der Speichertemperatur (Abbildung 53) ist erkennbar, dass die Temperatur bei einem geringeren Wärmeübergangskoeffizienten ((Abbildung 53 a) höher ist, die Temperaturschichtung innerhalb des Speichers wiederum schwächer ausgeprägt ist.

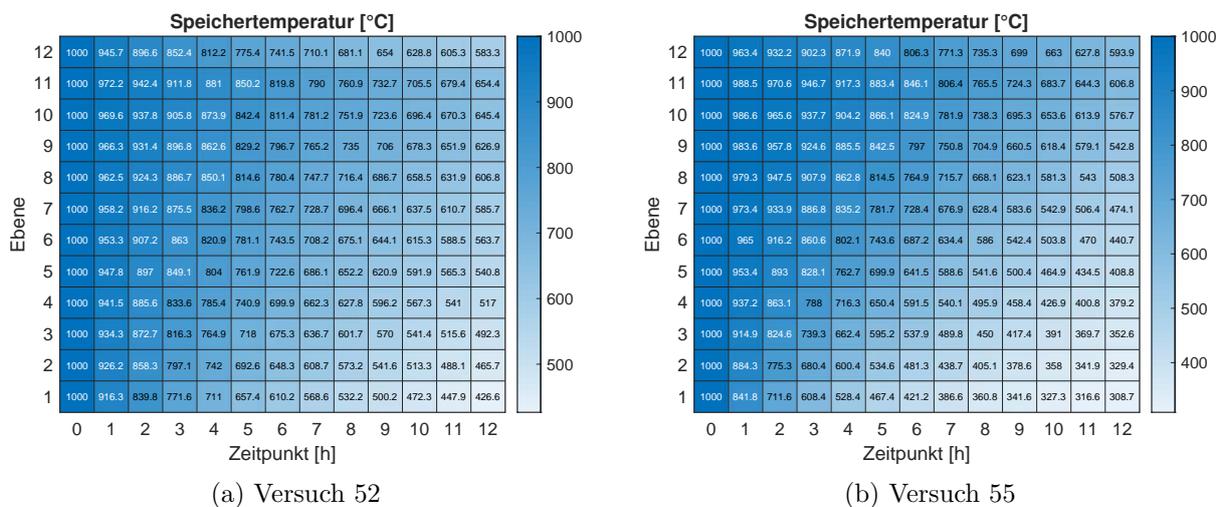


Abbildung 53: Entwicklung der Speichertemperatur in Abhängigkeit des Wärmeübergangskoeffizienten

Der Wärmeübergangskoeffizient beeinflusst die Wärmeübertragung zwischen der Oberfläche des Festkörpers und dem Fluid. Entsprechend nimmt die Temperatur der Oberflächenschicht bei höheren Werten des Wärmeübergangskoeffizienten stärker ab (Abbildung 54 b). Auch der Verlauf der Temperatur unterscheidet sich grundsätzlich. Weist die Temperatur in Abbildung 54 einen linearen bis exponentialen Verlauf auf, so zeigt sie in Abbildung 54 b einen s-förmigen Verlauf.

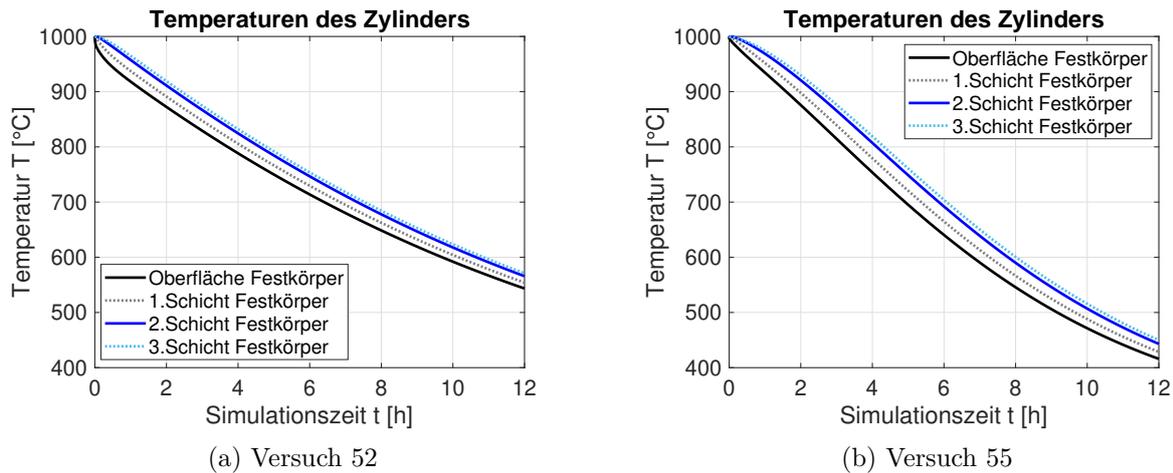


Abbildung 54: Entwicklung der Temperaturen innerhalb des Zylinders in Abhängigkeit des Wärmeübergangskoeffizienten

Mit steigendem Wärmeübergangskoeffizienten steigen auch die abgegebene Energie, die aufgenommene Enthalpie sowie der Ausnutzungsgrad des Speichers an (Tabelle 54). Der Anstieg dieser Werte schwächt sich jedoch mit zunehmendem Wärmeübergangskoeffizienten ab. Die Wärmeverluste hingegen fallen mit Zunahme des Wärmeübergangskoeffizienten leicht ab und unterscheiden sich um weniger als 10 Prozent zueinander.

Tabelle 54: Ergebnisse der zwölften Versuchsreihe

Parameter	Einheit	V52	V45	V53	V54	V55
$dU_{FK}$	MWh	2,05	2,28	2,38	2,43	2,47
<i>Enthalpie</i>	MWh	1,76	2,03	2,14	2,20	2,24
$U_{Verlust}$	kWh	360,12	342,76	335,3	331,22	328,65
Energiebilanz	$\cdot 10^{-3}\%$	-0,32	-0,28	-0,26	-0,23	-0,21
Ausnutzungsgrad	%	85,93	88,94	90,01	90,57	90,91
Berechnungszeit	s	31,99	33,06	32,08	31,89	32,02

## 5.5 Einordnung und Interpretation der Ergebnisse

### 5.5.1 Beladung

Die simulativen Untersuchungen des Beladungsprozesses zeigen auf, dass für die Beladung des Festkörpers eine Übertemperatur der Heizelemente notwendig ist. Weiterhin erreicht der Festkörper maximal die Wiedereinschalttemperatur, sodass diese Temperatur die Speicherkapazität bestimmt. Nach Erreichen der maximalen Temperatur wechseln die Heizelemente in einen Pulsbetrieb, der über die Parameter Hysterese und Ausschaltdauer gesteuert werden kann. Für eine netzdienliche Anwendung ist ein Pulsbetrieb zu vermeiden, sodass die Ausschaltdauer und Hysterese auf äußere Vorgaben anzupassen sind. In

diesem Zuge haben die simulativen Untersuchungen ergeben, dass längere Ausschaltzeiten der Heizelemente nahezu keinen Einfluss auf die Speichertemperatur haben.

Im Teillastbetrieb, der über die Variation der Anzahl der Heizebenen realisiert wird, ist die Anzahl dieser auf den Wärmeverlust anzupassen. Bei einer zu geringen Anzahl an Heizebenen erfolgt keine Erhöhung der Temperatur sondern lediglich ein Halten des vorhandenen Temperaturniveaus.

### **5.5.2 Stillstand**

Bei der simulativen Untersuchung des Stillstandes konnte eine Selbstentladungsrate von 50 Prozent innerhalb einer Woche ermittelt werden. Da dieses Ergebnis unabhängig der Anfangs- und Randbedingungen ist, kann es nur auf Seiten des Modells und der Konstruktion beeinflusst werden.

### **5.5.3 Entladung**

In keinem der Versuche konnte eine konstante Fluidaustrittstemperatur generiert werden. Um die Änderung der Fluidaustrittstemperatur gering zu halten, ist die Fluideintrittstemperatur zu erhöhen und der Massenstrom zu verringern. Am Ende der Entladung weist der Speicher eine Temperaturschichtung auf.

## 6 Experimentelle Untersuchung der thermischen Prozesse

### 6.1 Übersicht

Im Rahmen der experimentellen Untersuchung sollen erste Erkenntnisse des Betriebsverhalten des Speichers ermittelt werden. Betrachtet werden die thermischen Prozesse des Speichers, sodass sich die Versuche in die Kategorien Beladung, Stillstand und Entladung einteilen. Tabelle 55 listet die nach Prozessen sortierten, durchgeführten Versuche auf.

Tabelle 55: Übersicht der experimentellen Versuche

Nummer	Prozess	Versuchsbeschreibung
1	Beladung	Beladung auf ein Temperaturniveau von 400 °C
2	Beladung	Beladung auf maximales Temperaturniveau
3	Beladung	Teilbeladung der Ebene 4
4	Stillstand	Abkühlverhalten bei einem Temperaturniveau von 400 °C
5	Stillstand	Abkühlverhalten bei maximalem Temperaturniveau
6	Entladung	Speicherentladung über den Turbinenbypass

Die Messung des Betriebsverhaltens erfolgt innerhalb des Speichers durch 32 Thermoelemente, von denen zwölf die Temperatur der Heizelemente überwachen. In vier Messebenen mit je fünf Thermoelementen wird die Temperatur des Festkörpers gemessen, siehe Abbildung 55. Hinzu kommen zwei Thermoelemente, die die Ein- und Austrittstemperatur aufnehmen. Für die Bestimmung des Massenstromes sitzt in der Messstrecke der Rückverstromung eine Staudrucksonde, sowie weitere Druck- und Temperatursensoren.

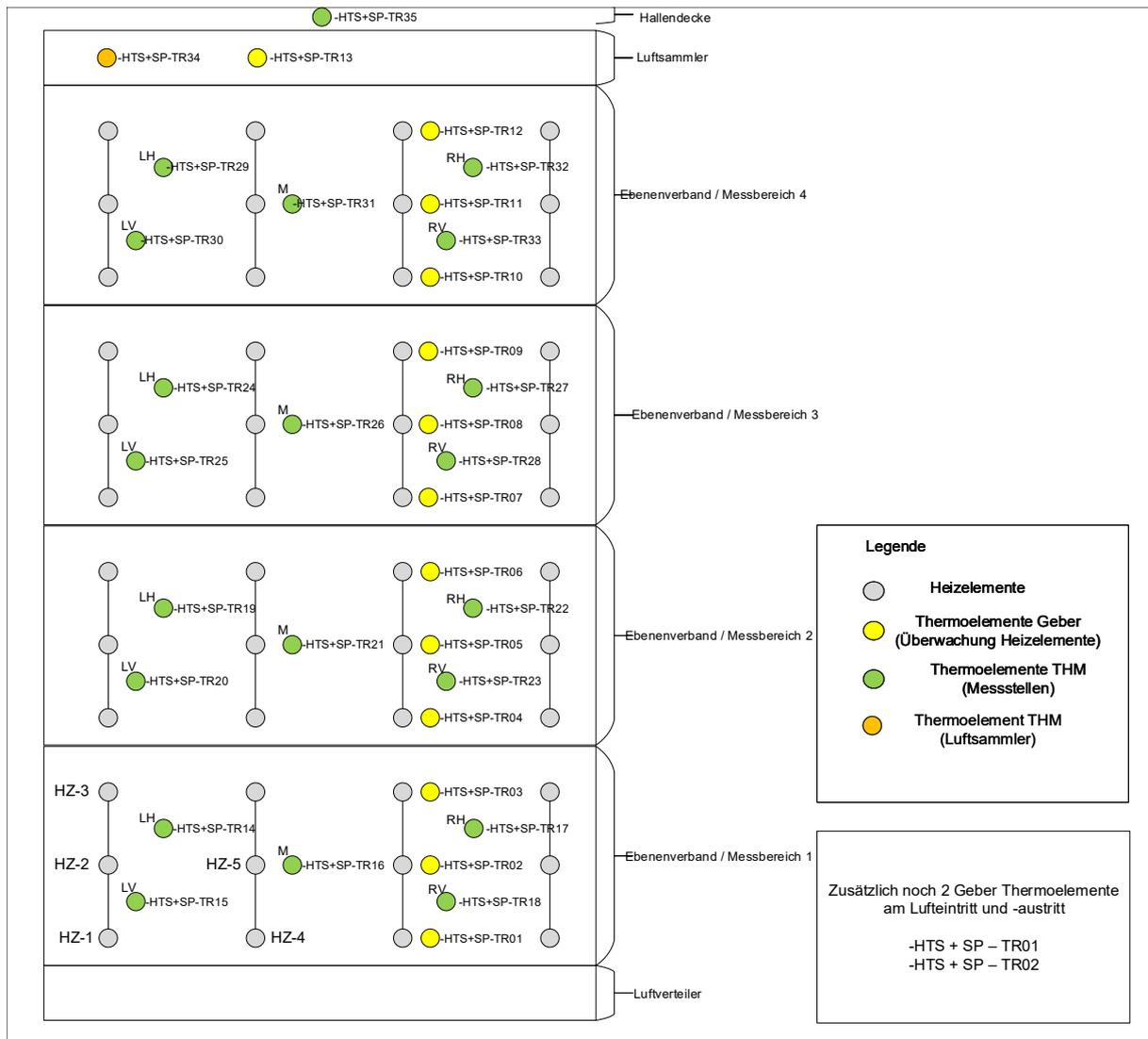


Abbildung 55: Übersicht der Temperaturmessstellen des Speichers [1]

## 6.2 Identifikation der Messgrößen und Betrachtung der Messunsicherheit

### 6.2.1 Temperatur

Wichtigste Messgröße im Rahmen der Untersuchung der thermischen Prozesse ist die Temperatur. Für eine übersichtlichere Darstellung wird im Rahmen dieser Arbeit jeweils der Mittelwert der Temperaturen in den Messebenen gebildet (Gleichung 6.1).

$$T_{Ebene} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i^{Ebene} \quad (6.1)$$

Da es sich bei der Bildung des Mittelwertes um eine additive Verknüpfung handelt, werden die absoluten Abweichungen summiert.

$$\Delta T_{Ebene} = \sqrt{\sum (\Delta T_i^{Ebene})^2} \quad (6.2)$$

Die eingebauten Thermoelemente Typ K Klasse 2 sind für Temperaturen zwischen  $-40\text{ }^\circ\text{C}$  und  $1200\text{ }^\circ\text{C}$  einsetzbar und ihre zulässige Grenzabweichung beträgt entweder fix  $1,5\text{ K}$  oder  $0,25\text{ Prozent}$  des Messwertes (Gleichung 6.3).

$$\Delta T_i^{Ebene} = \begin{cases} \pm 1,5 & \text{falls } T < 600^\circ\text{C} \\ \pm 0,0025 \cdot T & \text{falls } T > 600^\circ\text{C} \end{cases} \quad (6.3)$$

### 6.2.2 Leistung

Die eingebrachte elektrische Leistung wird gemäß Gleichung 6.4 über den gemessenen Strom berechnet.

$$P_{ges} = U \cdot I_{ges} \quad (6.4)$$

Es werden drei Ströme gemessen, die sich zum Gesamtstrom addieren (Gleichung 6.5). Entsprechend errechnet sich die Abweichung des Gesamtstromes gemäß Gleichung 6.6.

$$I_{ges} = I_1 + I_2 + I_3 \quad (6.5)$$

$$\Delta I_{ges} = \sqrt{(\Delta I_1)^2 + (\Delta I_2)^2 + (\Delta I_3)^2} \quad (6.6)$$

Die Abweichung der einzelnen Ströme beträgt gemäß Gleichung 6.7 ein Prozent des gemessenen Wertes.

$$\Delta I_i = \pm 1\% \cdot I_i \quad (6.7)$$

Die Messunsicherheit der Leistung, bei Annahme einer konstanten Spannung, wird gemäß Gleichung 6.8 über die Messabweichung des Gesamtstromes bestimmt.

$$\Delta P = U \cdot \Delta I_{ges} \quad (6.8)$$

Aufgrund der Verluste der Halbleiterrelais ist die Leistung der Heizelemente gegenüber der gemessenen Leistung um diese Verluste verringert (Gleichung 6.9).

$$P_{HE} = P_{ges} - 80\text{ W} \cdot n_{Relais} \quad (6.9)$$

### 6.2.3 Arbeit und Energie

Die von den Heizelementen in den Speicher eingebrachte Arbeit wird über die elektrische Leistung der Heizelemente sowie den Messzyklus berechnet (Gleichung 6.10).

$$W_{ges} = \sum (P \cdot t) \quad (6.10)$$

Entsprechend gilt für die Abweichung Gleichung 6.11.

$$\Delta W_{ges} = \sqrt{\sum (\Delta P)^2} \quad (6.11)$$

Die Änderung der inneren Energie des Speichers ist als Differenz zwischen ihrem Anfangs- und Endwert definiert. Weiterhin erfolgt die Berechnung der inneren Energie über eine gemittelte Speichertemperatur. Da sowohl die Masse<sup>9</sup> als auch die spezifische Wärmekapazität<sup>10</sup> des Speichers als konstant angesehen werden, ist die Messabweichung der inneren Energie nur von der Messabweichung der Speichertemperatur abhängig (Gleichung 6.12).

$$\Delta U = m \cdot c_p \cdot \Delta T_{SP} \quad (6.12)$$

### 6.2.4 Selbstentladungsrate

Da die Selbstentladungsrate als Quotient zweier Messgrößen (Gleichung 6.13) definiert ist, werden für die Berechnung ihrer Messabweichung (Gleichung 6.14) die partiellen Ableitungen der Funktion benötigt. Somit erfolgt die Berechnung der Abweichung entsprechend Gleichung 6.15.

$$SDR = \frac{U_2}{U_1} \quad (6.13)$$

$$\Delta SDR = \sqrt{\left(\frac{\delta SDR}{U_2} \cdot \Delta U_2\right)^2 + \left(\frac{\delta SDR}{U_1} \cdot \Delta U_1\right)^2} \quad (6.14)$$

$$\Delta SDR = \sqrt{\left(\frac{\Delta U_2}{U_1}\right)^2 + \left(-\frac{U_2 \cdot \Delta U_1}{U_1^2}\right)^2} \quad (6.15)$$

### 6.2.5 Massenstrom

Die Bestimmung des Massenstromes erfolgt über mehrere Messgrößen (Gleichung 6.16), sodass für die Messabweichung die partiellen Ableitungen zu bilden sind.

$$\dot{m} = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p \cdot R \cdot T}{p}} \cdot A \cdot \frac{p}{R \cdot T} \quad (6.16)$$

---

<sup>9</sup>18 Tonnen

<sup>10</sup>1000 J/(kg K)

$$\Delta \dot{m} = \sqrt{\left(\frac{\delta \dot{m}}{\delta \Delta p} \cdot \Delta(\Delta p)\right)^2 + \left(\frac{\delta \dot{m}}{\delta T} \cdot \Delta T\right)^2 + \left(\frac{\delta \dot{m}}{\delta p} \cdot \Delta p\right)^2} \quad (6.17)$$

Dabei sind die Abweichungen des Differenzdruckes (Gleichung 6.18) sowie des absoluten Druckes (Gleichung 6.19) als relative Fehler angegeben.

$$\Delta(\Delta p) = \pm 0,5 \% \quad (6.18)$$

$$\Delta p = \pm 1 \% \quad (6.19)$$

Gleichung 6.20 bis Gleichung 6.22 beschreiben die partiellen Ableitungen der Massenstromfunktion nach den jeweiligen Messgrößen.

$$\frac{\delta \dot{m}}{\delta \Delta p} = \sqrt{\frac{2 \cdot R \cdot T}{p}} \cdot \frac{A \cdot p}{R \cdot T} \cdot \frac{1}{2} \cdot \Delta p^{-\frac{1}{2}} \quad (6.20)$$

$$\frac{\delta \dot{m}}{\delta T} = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p \cdot R}{p}} \cdot \frac{A \cdot p}{R} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot T^{-\frac{3}{2}} \quad (6.21)$$

$$\frac{\delta \dot{m}}{\delta p} = \sqrt{2 \cdot \Delta p \cdot R \cdot T} \cdot \frac{A}{R \cdot T} \cdot \frac{1}{2} \cdot p^{-\frac{1}{2}} \quad (6.22)$$

### 6.2.6 Enthalpie

Über die beiden Messgrößen Massenstrom und Temperatur sowie die konstante spezifische Wärmekapazität wird der Enthalpiestrom gemäß Gleichung 6.23 berechnet, wobei die Temperatur (T) in °C angegeben wird.

$$\dot{H} = \dot{m} \cdot c_p \cdot T \quad (6.23)$$

Entsprechend ergibt sich für die Messabweichung des Enthalpiestromes Gleichung 6.24.

$$\Delta \dot{H} = \sqrt{(c_p \cdot T \cdot \Delta \dot{m})^2 + (\dot{m} \cdot c_p \cdot \Delta T)^2} \quad (6.24)$$

Die gesamte Enthalpie wird entsprechend Gleichung 6.25 bestimmt, sodass sich die Abweichung der Enthalpie entsprechend Gleichung 6.26 berechnet.

$$H_{ges} = \sum (\dot{H} \cdot t) \quad (6.25)$$

$$\Delta H_{ges} = \sqrt{\sum (\Delta \dot{H})^2} \quad (6.26)$$

## 6.3 Beladungsversuche

### 6.3.1 Beladung auf ein Temperaturniveau von 400 °C

Mit der Beladung auf ein Temperaturniveau von 400 °C sind in kurzer Versuchszeit erste Aussagen zum Speicherverhalten generierbar. Abbildung 56 stellt den zeitlichen Verlauf der gemittelten Temperaturen sowie des Stromes dar.

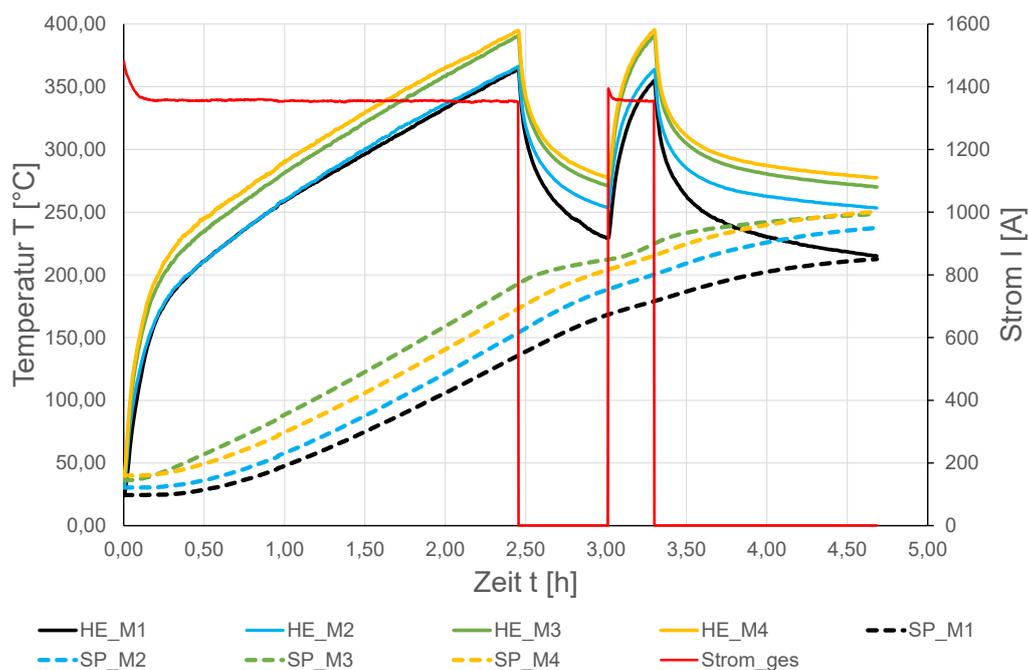


Abbildung 56: Temperaturverlauf der Ebenen bei Beladung auf ein Temperaturniveau von 400 °C

Der Temperaturverlauf der Heizelemente weist in der ersten Viertelstunde einen starken Anstieg auf, bevor er bis zum Erreichen der Solltemperatur von 400 °C linear ansteigt. Bei Ein- und Abschaltung der Heizelemente weist der Temperaturverlauf ein signifikantes, exponentielles Verhalten auf. Alle Ebenen weisen qualitativ den gleichen Verlauf auf, unterscheiden sich jedoch in ihren absoluten Temperaturen, welche eine Abweichung von  $\pm 2,6 K$  aufweisen. Weiterhin ist der Temperaturanstieg nach dem Wiedereinschalten der Heizelemente stärker, sodass bereits in unter einer halben Stunde die Solltemperatur wieder erreicht wird.

$$\Delta T_{HE} = \pm 2,6 K$$

Einen kontinuierlichen Anstieg weisen die Temperaturen des Festkörpers auf, eine signifikante Änderung des Verlaufes während der Abschaltung der Heizelemente ist nicht erkenn-

bar. Zwischen den einzelnen Ebenen ist ein deutlicher Temperaturunterschied erkennbar, wobei die Messunsicherheit der Temperaturen des Festkörpers  $\pm 3,35 K$  beträgt.

$$\Delta T_{SP} = \pm 3,35 K$$

Die Temperatur im Festkörper steigt auch nach der Abschaltung weiter an. Gegen Ende des Versuches nähern sich die Temperaturen der Heizelemente denen des Festkörpers an. Der Stromverlauf weist einen annähernd konstanten Verlauf auf, wobei die Zeitpunkte des Ein- und Abschaltens der Heizelemente durch Funktionssprünge deutlich erkennbar sind. Weiteres charakteristisches Merkmal sind die Stromspitzen nach dem Einschalten der Heizelemente. Die von den Heizelementen eingebrachte Leistung beträgt  $P_{HE} = 310 kW$ .

$$P_{HE} = 310 kW \pm 2 kW$$

Die von den Heizelementen eingebrachte elektrische Arbeit ( $W_{ges}$ ) ist niedriger als die Änderung der inneren Energie des Festkörpers ( $dU_{ges}$ ).

$$W_{ges} = 853 kWh \pm 89 kWh$$

$$dU_{ges} = 1023 kWh \pm 67 kWh$$

### 6.3.2 Beladung auf maximales Temperaturniveau

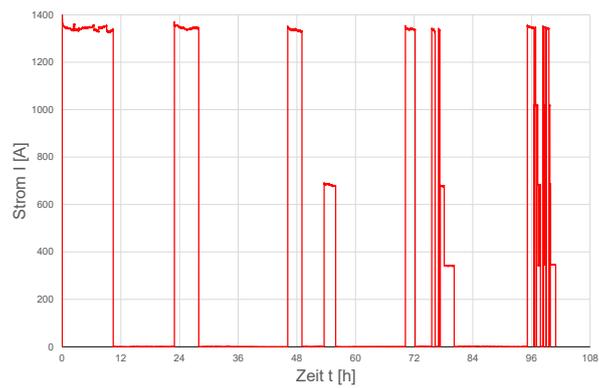
Die Beladung auf das maximale Temperaturniveau des Speichers erstreckt sich über 4,5 Tage. Entsprechend umfasst diese Versuchsreihe mehrere Beladungsvorgänge, zwischen denen ein Stillstand des Speichers vorliegt. Eine Übersicht der zeitlichen Temperaturverläufe ist Abbildung 57 zu entnehmen. In Abbildung 57 (a) ist der Stromverlauf aufgetragen, sodass die Zeiten der Beladungen ablesbar sind. Weiterhin ist erkennbar, dass die Versuchsreihe aus den in Tabelle 56 aufgelisteten fünf Teilversuchen besteht.

Tabelle 56: Aufteilung des Beladungsversuches V2 in Teilversuche

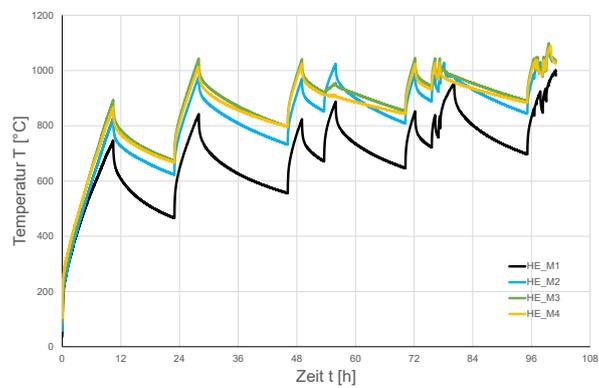
Nummer	beladene Ebenen	Sollwert [°C]
1	alle	900
2	alle	1050
3	alle, Ebenen 1 + 2	1050
4	alle, Ebenen 1 + 2, Ebene 1	1050
5	diverse Variationen	1050 & 1100

Wie in Tabelle 56 aufgelistet, ist anhand der Höhe des jeweiligen Stromwertes erkennbar, ob es sich um einen Voll- oder Teillastbetrieb handelt.

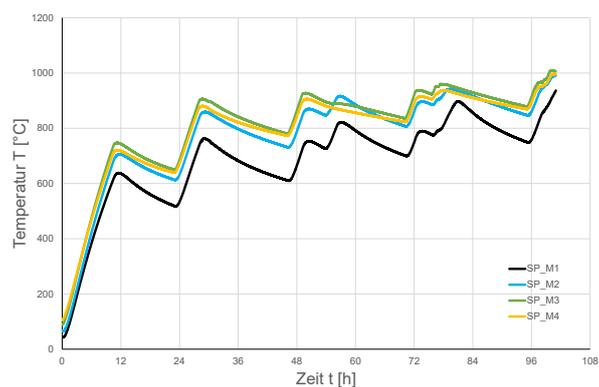
Sowohl die Temperaturverläufe der Heizelemente (Abbildung 57 b) wie auch die des Festkörpers weisen zu den Zeitpunkten des Ein- und Abschaltens der Heizelemente signifikante Änderungen auf. Der Temperaturabfall des Festkörpers nach Abschalten der Heizelemente verringert sich mit steigendem Temperaturniveau. Das Abschalten der Heizelemente erfolgt, sobald ein Temperatursensor den vorgegebenen Sollwert erreicht. Aus den Spitzen in Abbildung 57 (b) ist erkennbar, dass während der Versuchsreihe der Sollwert gemäß Tabelle 56 variiert worden ist. Weiterhin ist erkennbar, dass die einzelnen Ebenen unterschiedliche Temperaturniveaus aufweisen, wobei Ebene 1 mit Abstand das niedrigste Niveau aufweist.



(a) Stromverlauf



(b) Heizelemente



(c) Festkörper

Abbildung 57: Zeitliche Verläufe während des Beladungsversuches V2: a) Stromverlauf b) Temperaturverlauf der Heizelemente c) Temperaturverlauf des Festkörpers

In Teilversuch 5 (Abbildung 58) erfolgte die Beladung mit unterschiedlichen Leistungen,

um das Speicherverhalten infolge einer Temperaturregelung zu ermitteln. Dabei wurden die einzelnen Ebenen entweder zu- oder abgeschaltet, sodass die Leistung in vier Stufen geregelt wurde. Anhand des Temperaturanstieges der Heizelemente ist erkennbar, welche der Ebenen beladen wurden. Die Ebenen 2 - 4 erreichen eine Temperatur um die 1000 °C, wohingegen die Temperatur der Ebene 1 unter 950 °C liegt. Auch ist erkennbar, dass innerhalb kurzer Zeitspannen die Leistung stark variiert.

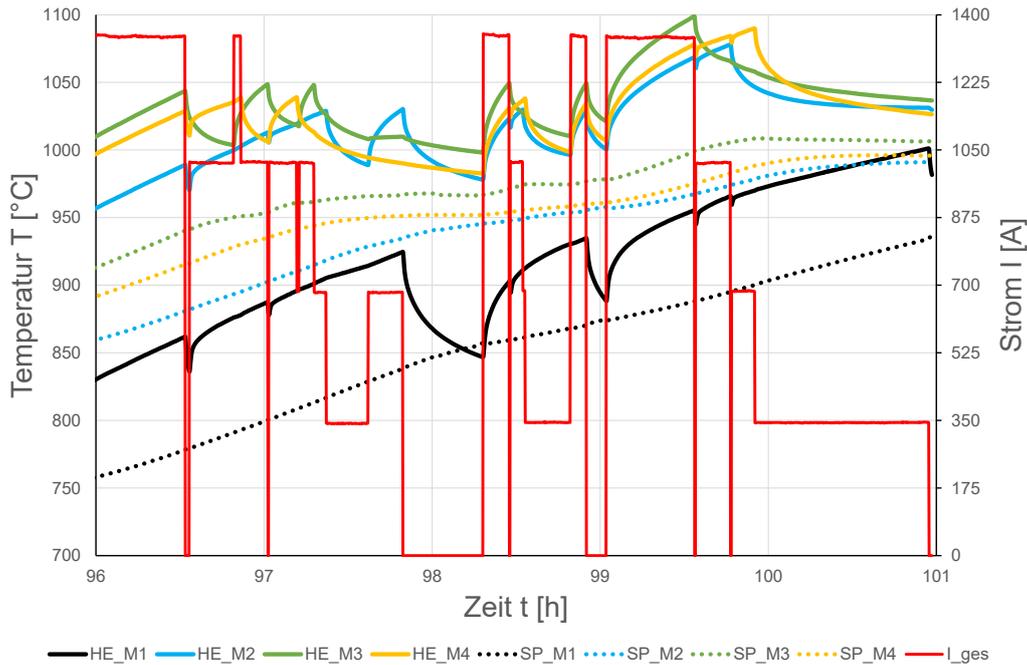


Abbildung 58: Zeitlichen Verläufe am Ende des dritten experimentellen Versuches

Über die Dauer des gesamten Beladungsversuches wurden rund 8300 kWh elektrische Arbeit dem Speicher zugeführt. Lediglich rund 4600 kWh davon flossen in die Erhöhung der inneren Energie des Speichers, wobei jedoch nur die Masse des Festkörpers exklusive der Isolierung und weitere Speicherbestandteile in die Berechnung einbezogen wurde.

$$dU_{ges} = 4638 \text{ kWh} \pm 113 \text{ kWh}$$

$$W_{ges} = 8305 \text{ kWh} \pm 348 \text{ kWh}$$

### 6.3.3 Teilbeladung der Ebene 4

Um das Speicherverhalten im Teillastbetrieb zu untersuchen, wurde im Rahmen dieser Versuchsreihe lediglich die vierte Ebene des Speichers beheizt. In Abbildung 59 sind die zeitlichen Verläufe der Temperaturen sowie des Stromes dargestellt. Während der Bela-

ung weist die Stromstärke einzelne Ausreißer von 100 A nach unten auf, ansonsten ist sie für den Beladungszeitraum, mit Ausnahme der anfänglichen Spitze, konstant. Zu Beginn der Messung weist der Speicher eine Temperaturschichtung auf. Während der Beladung steigen die Temperaturen in der vierten Ebene an, bis die Solltemperatur von 750 °C erreicht wird. Einen leichten Temperaturanstieg weist auch Ebene 3 auf. Die beiden unteren Ebenen hingegen werden von der Beladung nicht beeinflusst und weisen im betrachteten Zeitraum einen leichten Temperaturabfall auf.

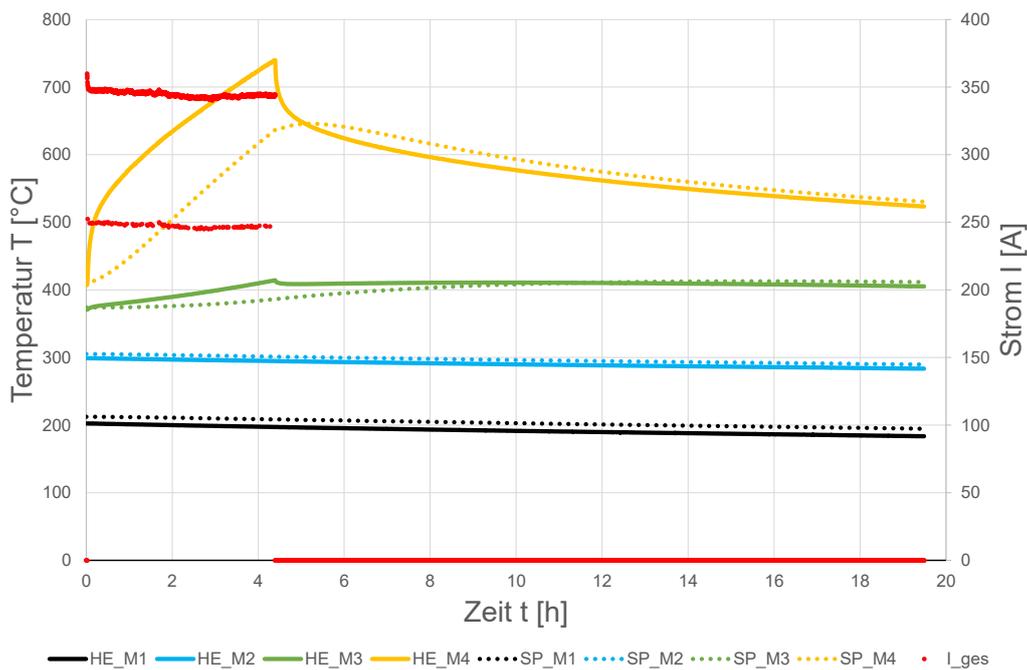


Abbildung 59: Temperatur- und Stromverlauf bei Beladung der Ebene 4

Bei der Bilanzierung der inneren Energie werden zwei Zeiträume betrachtet. Zum einen der Zeitraum der Beladung ( $dU_1$ ) und zum anderen der gesamte Versuchszeitraum ( $dU_2$ ).

$$dU_1 = 375 \text{ kWh} \pm 42 \text{ kWh}$$

$$dU_2 = 152 \text{ kWh} \pm 42 \text{ kWh}$$

$$W_{ges} = 340 \text{ kWh} \pm 50 \text{ kWh}$$

## 6.4 Stillstandsversuche

### 6.4.1 Abkühlverhalten bei einem Temperaturniveau von 400 °C

Im Anschluss an den Beladungsversuch auf ein Temperaturniveau von 400 °C wurde das Abkühlverhalten des Speichers 16 Tage lang aufgezeichnet. Die Entwicklung der Temperaturen<sup>11</sup> der einzelnen Ebenen, sowohl die der Heizelemente als auch die des Festkörpers, sind in Abbildung 60 dargestellt. Dabei zeigt der Speicher eine kontinuierliche Abkühlung, jedoch auf unterschiedlichen Temperaturniveaus. Der exponentielle Verlauf der Abkühlung ist in Ebene 1 am stärksten ausgeprägt.

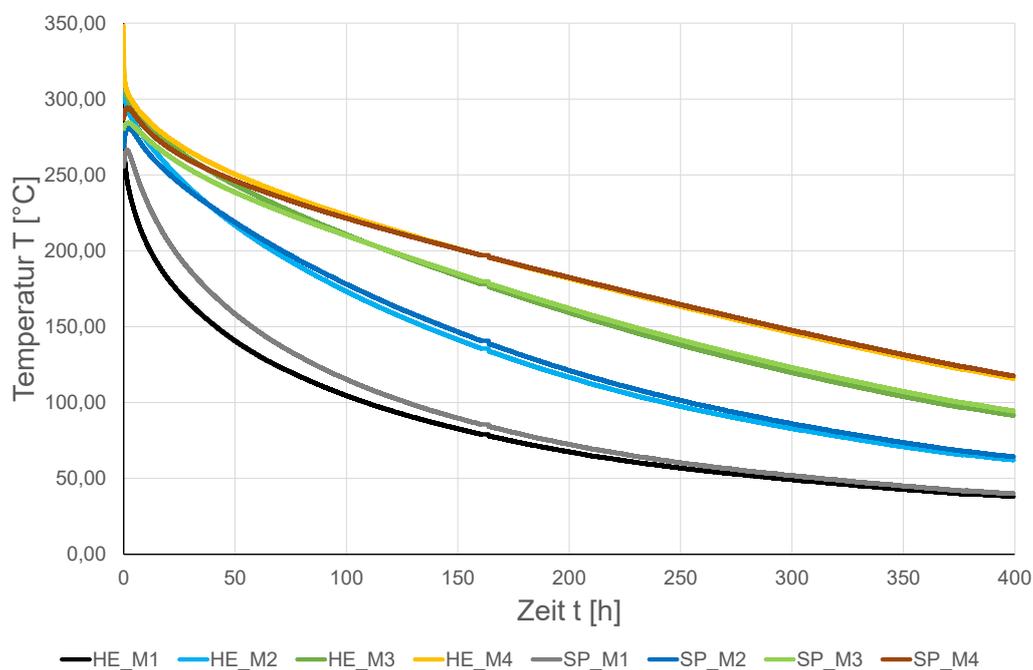


Abbildung 60: Abkühlverhalten der Ebenen bei einem Temperaturniveau von 400 °C

Bereits in dieser Darstellung ist erkennbar, dass zu Beginn der Betrachtung die Festkörpertemperaturen einen Anstieg aufweisen. Eine genauere Betrachtung dieses Phänomens erfolgt in Abbildung 61. Während die Temperaturen der Heizelemente besonders in der ersten Stunde signifikant abfallen, weisen die des Festkörpers in den ersten fünf Stunden einen Anstieg auf.

<sup>11</sup>Messabweichungen siehe Versuch 1

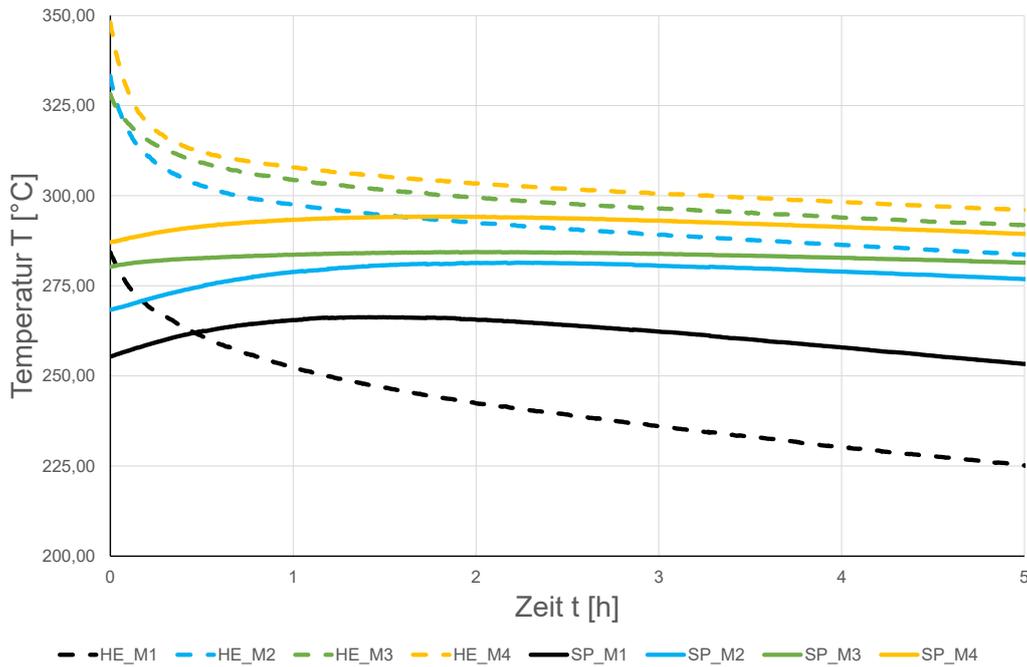


Abbildung 61: Anfängliches Abkühlverhalten der Ebenen bei einem Temperaturniveau von 400 °C

Der Temperaturunterschied innerhalb einer Messebene, exemplarisch für die dritte Messebene in Abbildung 62 dargestellt, gleicht sich erst nach 5 Tagen an.

Insgesamt verliert der Speicher während des betrachteten Zeitraumes 1100 kWh seiner Energie und weist somit eine Selbstentladungsrate von 73,8 % auf.

$$dU_{ges} = 1100 \text{ kWh} \pm 60 \text{ kWh}$$

$$SDR = 73,8 \% \pm 2,9 \%$$

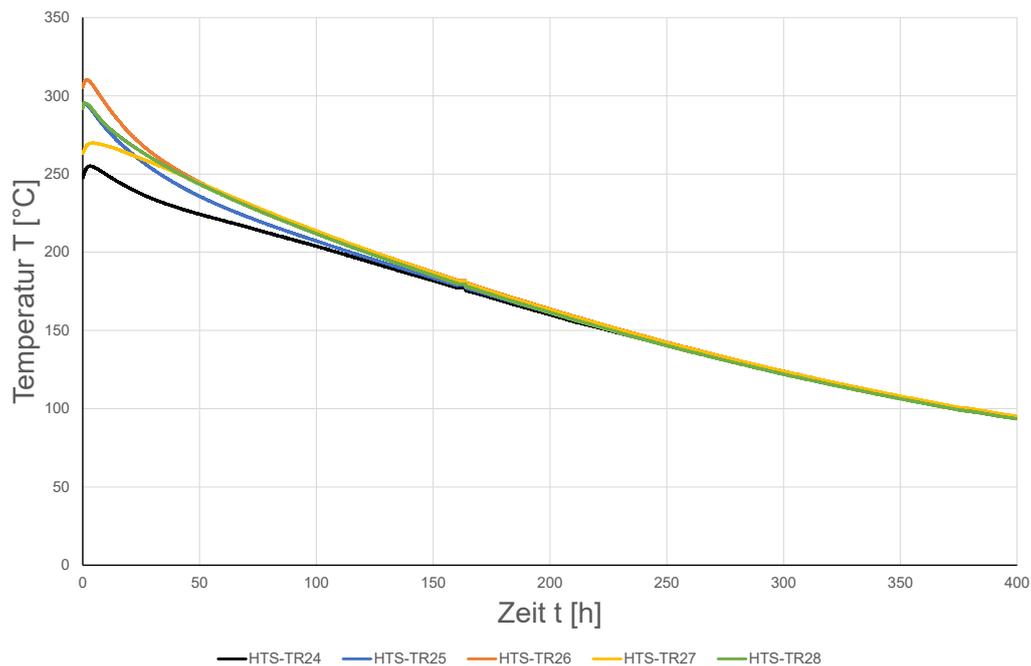


Abbildung 62: Abkühlverhalten innerhalb der Messebene 3 (V4)

#### 6.4.2 Abkühlverhalten bei maximalem Temperaturniveau

Im Anschluss an den Beladungsversuch auf das maximale Temperaturniveau wurde das Abkühlverhalten des Speichers drei Tage lang gemessen. In Abbildung 63 sind die Temperaturverläufe der Ebenen im Bettarchtungszeitraum dargestellt. Weist Ebene 1 zu Beginn noch einen Temperaturanstieg auf, so kühlen sich die restlichen Ebenen direkt und kontinuierlich ab. Dabei bleibt die Temperaturdifferenz zwischen den einzelnen Ebenen zeitlich annähernd konstant. Die Ebenen 3 und 4 besitzen das gleiche Temperaturniveau.

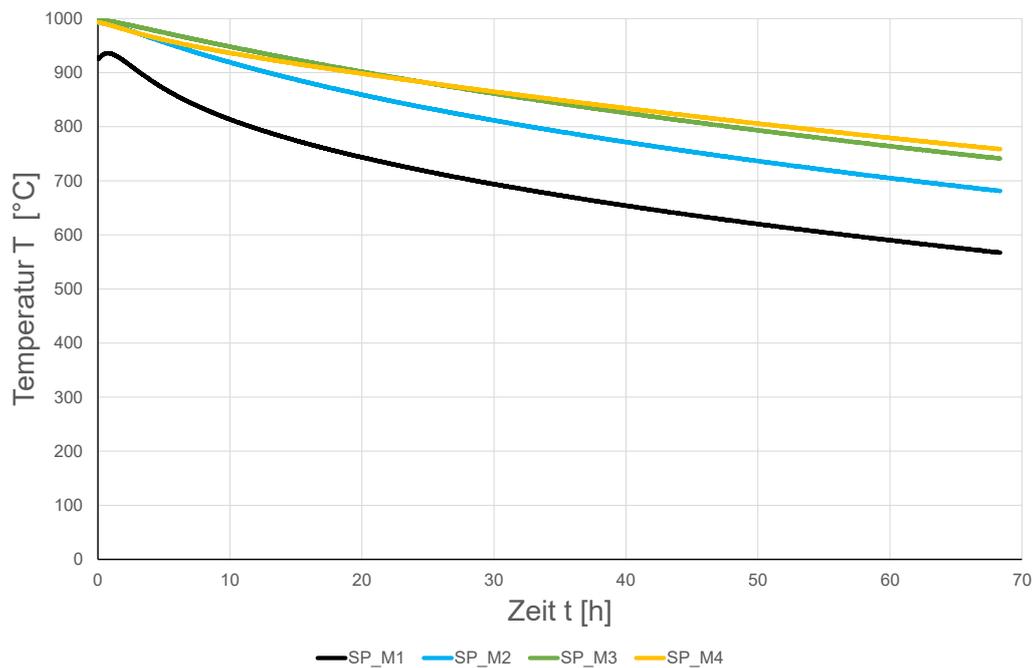


Abbildung 63: Abkühlverhalten der Ebenen bei maximalem Temperaturniveau

Wie in Abbildung 64 zu erkennen, weisen die einzelnen Ebenen zunächst keine homogene Temperatur auf. Erst nach 40 Stunden beträgt die Temperaturdifferenz zwischen den einzelnen Ebenentemperaturen weniger als 20 K.

In den betrachteten 40 Stunden verliert der Speicher 1573 kWh an Energie, bezogen auf seine anfängliche innere Energie bedeutet dies eine Selbstentladungsrate von 31,5 %. Bezogen auf die Nutzenergie des Speichers, definiert als Differenz zwischen maximaler Speichertemperatur und Turbineneintrittstemperatur, beträgt die Selbstentladungsrate sogar 75 %.

$$dU_{ges} = 1573 \text{ kWh} \pm 87 \text{ kWh}$$

$$dU_{Nutz} = 2000 \text{ kWh}$$

$$SDR = 31,5 \% \pm 1,8 \%$$

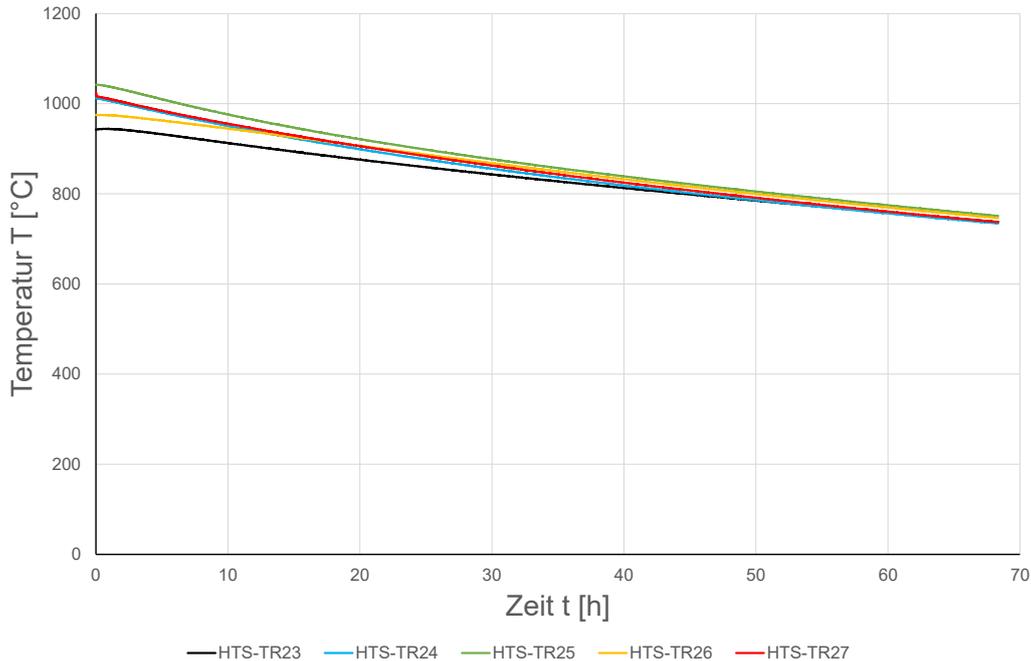


Abbildung 64: Temperaturverlauf innerhalb der Messebene 3 (V5)

## 6.5 Entladungsversuch über den Turbinenbypass

Dieser Versuch dient der Ermittlung des Speicherverhaltens bei Entladung. Da zum Zeitpunkt der Versuche die Turbine noch nicht betriebsfähig war, erfolgte die Entladung über den Turbinenbypass. Weiterhin war nur ein Verdichter in Betrieb und die Anlage wurde in offener Fahrweise betrieben. Die Rückkühlung des im Speicher erwärmten Fluids erfolgt durch den Gaskühler. Ein stationärer Betrieb ist nach circa einer Stunde erreicht, vorher erfolgte die Regelung der Drosselklappen sowie der Leistung des Verdichters.

Der zur Verdichterleistung proportionale Verlauf des Massenstromes in Abbildung 65 zeigt die Regelung der Verdichterleistung. Im Bereich eines annähernd konstanten Massenstromes befindet sich der stationäre Betrieb. In diesem Zeitfenster wird außerdem der gesamte Massenstrom über den Speicher gefahren.

$$\Delta \dot{m} = \pm 0,019 \frac{kg}{s}$$

Die Speichereintrittstemperatur weist während des stationären Betriebes einen annähernd konstanten Verlauf auf. Die Speicheraustrittstemperatur hingegen weist nach dem anfänglichen Anstieg eine zwar geringe, aber kontinuierliche Abnahme auf.

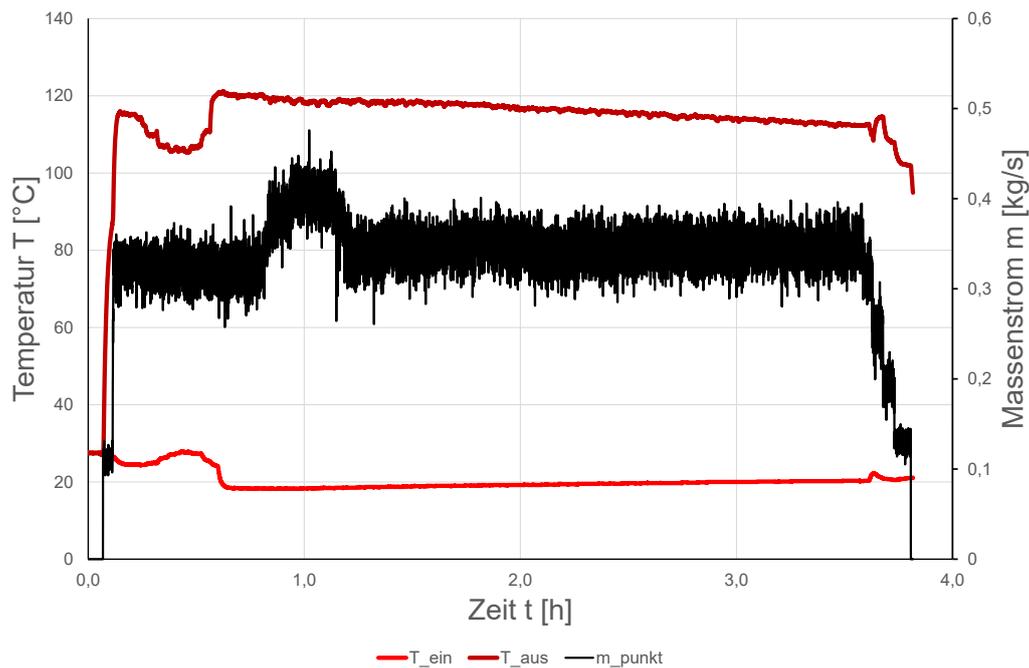


Abbildung 65: Verlauf des Massenstromes und der Ein- und Austrittstemperatur bei Entladung

In Abbildung 66 sind die Speichertemperaturen dargestellt. Dabei weisen die Temperaturverläufe der Heizelemente zunächst einen starken Temperaturabfall auf, bevor sie kontinuierlich abfallen. Bei Verringerung des Massenstromes durch Abfahren des Verdichters weisen die Temperaturen einen sprunghaften Anstieg auf.

Der Verlauf der Speichertemperaturen hingegen weist keine Besonderheiten auf, sondern beschreibt eine kontinuierliche Abnahme.

Beim Vergleich von Speicheraustrittstemperatur und Speichertemperatur fällt auf, dass zwischen diesen Temperaturen ein deutlicher Temperaturunterschied erkennbar ist.

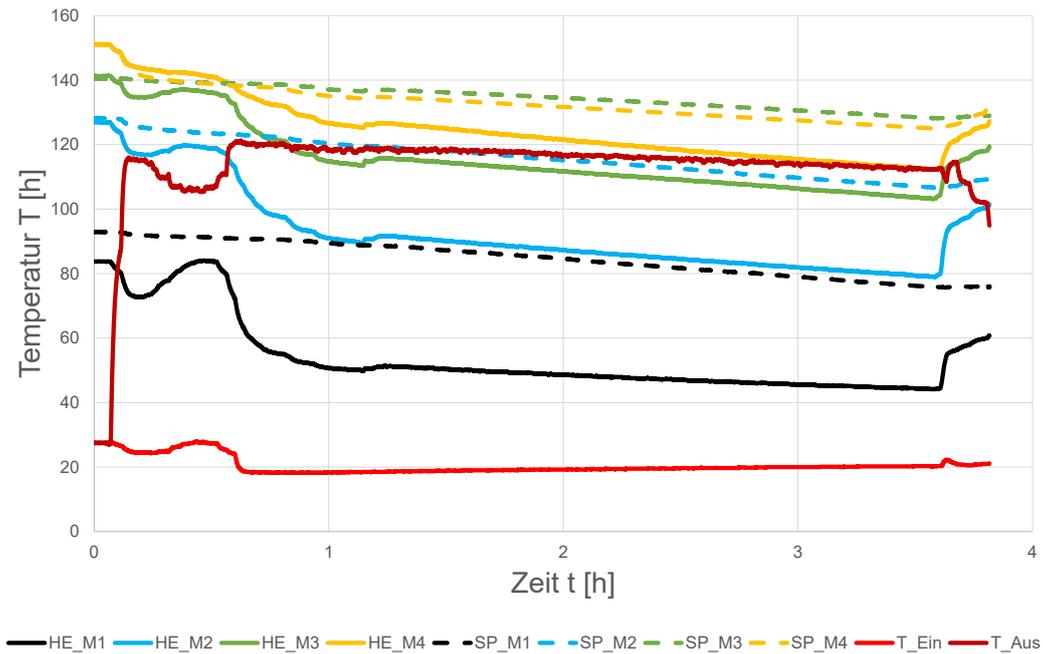


Abbildung 66: Temperaturverlauf innerhalb des Speichers bei Entladung

Die durch das Fluid aufgenommene Enthalpie beträgt 118,6 kWh und die Änderung der inneren Energie des Speichers 99,8 kWh.

$$U_{\text{Anfang}} = 634,6 \text{ kWh} \pm 33,5 \text{ kWh}$$

$$U_{\text{Ende}} = 534,8 \text{ kWh} \pm 33,5 \text{ kWh}$$

$$dU_{\text{ges}} = 99,8 \text{ kWh} \pm 47,4 \text{ kWh}$$

$$H = 118,6 \text{ kWh} \pm 26,5 \text{ kWh}$$

## 6.6 Einordnung und Interpretation der Ergebnisse

### 6.6.1 Allgemeines

Die Aussagekraft der experimentellen Untersuchung ist von der Messgenauigkeit abhängig. Diese ist neben der Genauigkeit der Sensoren von der Platzierung dieser abhängig. Im Falle der Temperaturmessung innerhalb des Speichers sind die exakten Positionen der Thermolemente nicht bekannt, weshalb im Rahmen dieser Arbeit mit mittleren Tempe-

raturen gearbeitet wurde. Somit sind die Temperaturverläufe nur qualitativ und nicht quantitativ auswertbar. Ein Indiz für die ungenügende Genauigkeit der Messungen sind die teilweise starken Abweichungen der jeweiligen Energiebilanzen.

### **6.6.2 Beladung**

Durch diese Versuche konnte die Funktionsfähigkeit des Speichersystems auf Seiten der Beladung nachgewiesen werden. Die Wandlung elektrischer Energie über Heizelemente und Einspeicherung in einen Festkörper konnte erfolgreich getestet werden.

Bei der Beladung weisen die Heizelemente stets eine höhere Temperatur als der Festkörper auf. Sobald die Heizelemente abgeschaltet werden, ist ein starker Temperaturabfall erkennbar. Der Festkörper hingegen reagiert träge auf das Abschalten der Heizelemente, sodass auch ohne Leistungszufuhr eine Zunahme der Festkörpertemperatur feststellbar ist. Auch ist ein Temperaturgradient entlang der Höhenkoordinate des Speichers vorhanden, sodass keine homogene Speichertemperatur herrscht. Dieses inhomogene Verhalten ist auch innerhalb einer Ebene erkennbar.

Das Erreichen der maximalen Temperatur benötigt gegen Ende der Beladung eine Vielzahl an Regelvorgängen, weshalb in diesem Bereich der Stromverlauf nicht mehr konstant ist. Weiteres charakteristisches Merkmal des Stromverlaufes sind die Stromspitzen kurz nach dem Einschalten der Heizelemente.

Zwischen zwei Beladevorgängen ist ein Temperaturabfall innerhalb des Festkörpers erkennbar, welcher jedoch mit Zunahme der Festkörpertemperatur geringer wird.

Die Beladung einer einzelnen Ebene konnte aufzeigen, dass eine Temperaturschichtung innerhalb des Speichers durch gezieltes Beladen einzelner Ebenen möglich ist.

### **6.7 Stillstand**

Während des Stillstandes nähern sich sowohl die Temperaturen der Heizelemente und Ebenen sowie die Temperaturen innerhalb der Ebenen einander an. Auch bei diesen experimentellen Untersuchungen ist feststellbar, dass die Festkörpertemperatur zunächst ansteigt und erst mit Verzögerung abfällt. Dabei kühlen sich die einzelnen Ebenen unterschiedlich stark ab. In keinem Versuch konnte die Speichertemperatur annähernd gehalten werden, sodass der Speicher eine hohe Selbstentladungsrate durch Wärmeverluste an die Umgebung aufweist.

### **6.8 Entladung**

Die experimentelle Untersuchung der Entladung über den Turbinenbypass konnte zeigen, dass sich ein den Speicher durchströmendes Fluid erwärmt. Allerdings konnte weder eine konstante Austrittstemperatur noch die maximale Speichertemperatur erreicht werden.

## 7 Fazit und Ausblick

Im Rahmen dieser Masterthesis konnte ein Modell entwickelt und programmiert werden, das sowohl die thermischen Prozesse beschreibt wie auch den Speicher realitätsnah abbildet. Die Formulierung des Modells und des Simulationsprogrammes konnte derart angepasst werden, dass weder die benötigte Rechenzeit noch der benötigte Speicherplatz eine Betriebssimulation des Speichers begrenzen. Ein Beleg hierfür ist die benötigte Rechenzeit von unter 15 Minuten für die Langzeitversuche.

Anhand der simulativen Untersuchung konnte der Einfluss verschiedener Größen auf das Speicherverhalten dargestellt werden. Hierdurch besteht die Möglichkeit, unter anderem ein Regelungskonzept für die Demonstrationsanlage zu erarbeiten.

Durch die experimentellen Versuche konnte der Nachweis der Funktionsfähigkeit des Speichers erbracht werden. Außerdem konnten erste Erkenntnisse bezüglich des Betriebsverhaltens des Speichers herausgearbeitet werden.

Aus zeitlichen Gründen war eine detaillierte experimentelle Untersuchung des Speichers und all seiner Teilprozesse nicht möglich, sodass dies noch aussteht. Insbesondere die Entladung des Speichers über die Turbine und damit der Funktionsnachweis der Rückverstromungseinheit steht noch aus.

Im Bereich der Modellentwicklung ist ein Vergleich zwischen experimenteller und simulativer Daten durchzuführen, um das Modell zu validieren und an den entsprechenden Stellen zu optimieren.

Auch das Simulationsprogramm weist noch Erweiterungsmöglichkeiten auf, so kann zum Beispiel die Regelung der Heizelemente verfeinert und auf die Gegebenheiten der Demonstrationsanlage abgestimmt werden. Weiterhin ist aktuell nur die separate Simulation der Teilprozesse möglich. Eine Verknüpfung der verschiedenen Teilprozesse innerhalb des Simulationsprogrammes ermöglicht eine prozessübergreifende Betriebssimulation.

## Literatur

- [1] Arbeitsgruppe HTS.  *Projektdokumentation*. Gießen, 2019.
- [2] Agora Energiewende.  *Die Energiewende im Stromsektor: Stand der Dinge 2019: Rückblick auf die wesentlichen Entwicklungen sowie Ausblick auf 2020*.
- [3] W. Polifke und J. Kopitz.  *Wärmeübertragung: Grundlagen, analytische und numerische Methoden*. 2. aktual. Aufl. Always learning. München u.a: Pearson Studium, 2009.
- [4] M. Richter. “Theoretische Untersuchung der Entladung eines Hochtemperaturwärmespeichers”. Bachelorthesis. Gießen: Technische Hochschule Mittelhessen, 2017.
- [5] V. Glienski. “G - Wärmeübertragung bei erzwungener Konvektion: G1 - Durchströmte Rohre”. In:  *VDI-Wärmeatlas*. VDI-Buch. Berlin: Springer Vieweg, 2013, S. 785–792.
- [6]  *VDI-Wärmeatlas: Mit 320 Tabellen*. 11., bearb. und erw. Aufl. VDI-Buch. Berlin: Springer Vieweg, 2013.
- [7] R. Shankar Subramanian.  *Unsteady Heat Transfer: Lumped Thermal Capacity Model*. URL: <https://web2.clarkson.edu/projects/subramanian/ch330/notes/index.html> (zuletzt geprüft am 22.08.2019).
- [8] A. Shirani u. a. “Modellierung und Untersuchung eines Luft-Luft-Regenerators in dezentralen Wohnungslüftungsanlagen”. In:  *HLH:Lüftung, Klima, Heizung, Sanitär, Gebäudetechnik*. Hrsg. von VDI-Gesellschaft Technische Gebäudeausrüstung. Bd. 69, S. 25–30.
- [9] P. v. Böckh und T. Wetzel.  *Wärmeübertragung: Grundlagen und Praxis*. 7., aktualisierte und überarbeitete Auflage. Lehrbuch. Berlin, Heidelberg: Springer Vieweg, 2017.
- [10] L. Papula.  *Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler: Ein Lehr- und Arbeitsbuch für das Grundstudium*. 14., überarb. und erw. Aufl. Lehrbuch. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2014.
- [11] L. Papula.  *Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler, Band 2: Ein Lehr- und Arbeitsbuch für das Grundstudium*. 14., überarb. und erw. Aufl. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2015.
- [12] H. D. Baehr und K. Stephan.  *Wärme- und Stoffübertragung*. 10. Auflage. Springer Berlin Heidelberg, 2019.
- [13] A. Krischke und H. Röpcke.  *Graphen und Netzwerktheorie: Grundlagen - Methoden - Anwendungen ; mit 137 Bildern und zahlreichen Beispielen*. Quantitative Methoden. München: FachbuchverlagLeipzig im Carl Hanser Verlag, 2015.

- 
- [14] K. Heidtmann. *Verschiedenartige Graphen als Netzmodelle technischer und sozialer Medien*. URL: <https://www.informatik.uni-hamburg.de/TKRN/world/staff/kdh/Netzmodelle.pdf> (zuletzt geprüft am 13.01.2020).
- [15] J. Rüdiger. “Gasnetzsimulation durch Potentialanalyse”. Dissertation. Hamburg: Helmut-Schmidt-Universität / Universität der Bundeswehr Hamburg, 2009.
- [16] G. Kunz. “Dynamische Simulation eingeschwungener thermischer Zustände von Druckgießformen”. Dissertation. Dresden: Technische Universität Dresden, 2013.
- [17] F. Bernhard. *Handbuch der Technischen Temperaturmessung*. 2. Aufl. VDI-Buch. Berlin: Springer Vieweg, 2014.
- [18] DIN EN. *60584-1,(2014): Thermoelemente-Teil 1: Thermospannungen und Grenzabweichungen*.
- [19] B. Hudoffsky. “Berührungslose Messung schnell veränderlicher Ströme”. Dissertation. Universität Stuttgart, 2014.
- [20] Deutsches Institut für Normung. *Grundlagen der Messtechnik - Teil 3: Auswertung von Messungen einzelner Messgrößen, Messunsicherheit*.
- [21] F. Puente León. *Messtechnik: Systemtheorie für Ingenieure und Informatiker*. 10. Auflage. Berlin und Heidelberg: Springer Vieweg, 2015.
- [22] M. Prior. *Grundlagen des Experimentierens: Fehlerfortpflanzung*. 20.01.2010. URL: <https://lp.uni-goettingen.de/get/text/5823> (zuletzt geprüft am 06.01.2020).
- [23] Siemens AG. *Siemens stellt Wärmespeicher für Windenergie vor*. URL: <https://www.siemens.com/press/de/pressemitteilungen/?press=/de/pressemitteilungen/2016/windpower-renewables/pr2016090419wpde.htm> (zuletzt geprüft am 22.03.2019).
- [24] Zeitung für kommunale Wirtschaft. *RWE testet Speichersystem von Carbonclean*. URL: <https://www.zfk.de/energie/strom/artikel/rwe-testet-speichersystem-von-carbonclean-2018-10-18/> (zuletzt geprüft am 22.03.2019).
- [25] Geber Industries. *Konstruktionszeichnungen Wärmespeichersystem*. Nürnberg, 2019.
- [26] Geber Industries. *Angebotsunterlagen Wärmespeichersystem*. Nürnberg, 2019.
- [27] Morgan ThermalCeramics. *Faktenblatt SuperwoolPlus*. URL: [http://www.morgan-thermalceramics.com/media/1506/14\\_independent\\_testing\\_german.pdf](http://www.morgan-thermalceramics.com/media/1506/14_independent_testing_german.pdf) (zuletzt geprüft am 30.12.2019).
- [28] Kanthal. *Kanthal A1 (FeCrAl): Physikalische Eigenschaften*. URL: <http://www.restrade.ch/assets/Dokumente/Kanthal/Datenblatt-A1-Draht.pdf> (zuletzt geprüft am 03.12.2019).
- [29] C. Ament. “Modellbildung, Identifikation und Simulation dynamischer Systeme: Skript zur Vorlesung”. Universität Augsburg, 2017.

- 
- [30] M. Richter, S. Herzog und S. Lechner. *Simulative Untersuchungen der thermischen Be- und Entladungsprozesse eines sensiblen Hochtemperaturwärmespeichers*. 11. Internationale Energiewirtschaftstagung IEWT der TU Wien. URL: [https://iewt2019.eeg.tuwien.ac.at/download/contribution/fullpaper/214/214\\_fullpaper\\_20190131\\_172312.pdf](https://iewt2019.eeg.tuwien.ac.at/download/contribution/fullpaper/214/214_fullpaper_20190131_172312.pdf) (zuletzt geprüft am 04.06.2019).
- [31] M. Richter u. a. “Beladeverhalten eines Hochtemperaturspeichers zur Aufnahme von Lastspitzen bei regenerativer Erzeugung”. In: *Kraftwerkstechnik 2019*. Hrsg. von M. Beckmann und A. Hurtado. Kraftwerkstechnik. Freiberg, Sachs: SAXONIA, 2019.
- [32] T. Schulze. “Gleichungsorientierte Modellierung der Wärme- und Stoffübertragungsprozesse in Verdunstungskühltürmen”. Dissertation. Dresden: Technische Universität Dresden, 2015.
- [33] K. Schwister und V. Leven. *Verfahrenstechnik für Ingenieure: Lehr- und Übungsbuch*. 2., aktualisierte Aufl., [elektronische Ressource]. München: Fachbuchverl. Leipzig im Carl Hanser Verl., 2014. DOI: 10.3139/9783446440012.
- [34] I. MathWorks. *MATLAB*. URL: <https://de.mathworks.com/products/matlab.html> (zuletzt geprüft am 10.01.2020).
- [35] T. Westermann. *Modellbildung und Simulation: Mit einer Einführung in ANSYS*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010.

Tabelle 57: Bestimmung der Gesamtzahl der Knoten im Fall 0

Knoten	Berechnung	Ebenen
ober	$x_{richtung} \cdot y_{richtung}$	lv, ebene
fest1	$x_{richtung} \cdot y_{richtung}$	lv, ebene
fest2	$x_{richtung} \cdot y_{richtung}$	lv, ebene
fest3	$x_{richtung} \cdot y_{richtung}$	lv, ebene
fluid	$x_{richtung} \cdot y_{richtung}$	lv, ebene
heiz	$x_{richtung}$	ebene
$iso_s$	$2 \cdot y_{richtung}$	lv, ebene, ls, $iso_{de}$
$iso_k$	$n_{iso_k}$	lv, ebene, ls, $iso_{de}$
$iso_h$	$n_{iso_h}$	lv, ebene, ls, $iso_{de}$
$iso_{he}$	$x_{richtung}$	ebene, ls, $iso_{de}$
oss	$2 \cdot y_{richtung}$	lv, ebene, ls, $iso_{de}$
osh	$x_{richtung}$	lv, ebene, ls, $iso_{de}$
oshe	$x_{richtung}$	ebene, ls, $iso_{de}$
$iso_{de}$	$x_{richtung} \cdot y_{richtung}$	$iso_{de}$
osd	$x_{richtung} \cdot y_{richtung}$	osd
ls	$x_{richtung} \cdot y_{richtung}$	ls
halle	1	lv, ebene, ls, $iso_{de}$
boden	1	lv
decke	1	osd
e	1	lv
kr	-	-

Tabelle 58: Bestimmung der Gesamtzahl der Knoten im Fall 1

Knoten	Berechnung	Ebenen
$iso_{de}$	$x_{richtung} \cdot (y_{richtung} - 1)$	$iso_{de}$
ls	$x_{richtung} \cdot (y_{richtung} - 1)$	ls
kr	$2 \cdot x_{richtung}$	ls, $iso_{de}$

Tabelle 59: Bestimmung der Kantenzahl Fall 0

Kante	Start	Ende	Richtung	Berechnung	Ebenen
r1	ober	fest1	r	$x_{richtung} \cdot Y_{richtung}$	lv, ebene , le
zo	ober	ober	z+	$x_{richtung} \cdot Y_{richtung}$	lv, ebene
zob	ober	boden	z-	$x_{richtung} \cdot Y_{richtung}$	lv
r2	fest1	fest2	r	$x_{richtung} \cdot Y_{richtung}$	lv, ebene , le
z1	fest1	fest1	z+	$x_{richtung} \cdot Y_{richtung}$	lv, ebene
z1b	fest1	boden	z-	$x_{richtung} \cdot Y_{richtung}$	lv
r3	fest2	fest3	r	$x_{richtung} \cdot Y_{richtung}$	lv, ebene , le
z2	fest2	fest2	z+	$x_{richtung} \cdot Y_{richtung}$	lv, ebene
z2b	fest2	boden	z-	$x_{richtung} \cdot Y_{richtung}$	lv
y	fest3	fest3	y	$x_{richtung} \cdot (Y_{richtung} - 1)$	lv, ebene , le
x	fest3	fest3	x	$(x_{richtung} - 1) \cdot Y_{richtung}$	lv, ebene , le
z3	fest3	fest3	z+	$x_{richtung} \cdot Y_{richtung}$	lv, ebene
z3b	fest3	boden	z-	$x_{richtung} \cdot Y_{richtung}$	lv
is	fest3	$iso_s$	x	$2 \cdot Y_{richtung}$	lv, ebene, le
ik	fest3	$iso_k$	y	$n_{iso_k}$	lv, ebene, le
ih	fest3	$iso_h$	y	$n_{iso_h}$	lv, ebene, le
ihe	fest3	$iso_{he}$	y	$x_{richtung}$	ebene, le
ek	fest3	e	y	$x_{richtung}$	lv
fluidk	fluid	ober	r	$x_{richtung} \cdot Y_{richtung}$	lv, ebene, le
isy	$iso_s$	$iso_s$	y	$2 \cdot (Y_{richtung} - 1)$	lv, ebene, le , ls, $iso_{de}$
iso	$iso_s$	oss	x	$2 \cdot Y_{richtung}$	lv, ebene, le , ls, $iso_{de}$
isz	$iso_s$	$iso_s$	z+	$2 \cdot Y_{richtung}$	lv, ebene, le , ls
isb	$iso_s$	boden	z-	$2 \cdot Y_{richtung}$	lv
ikx	$iso_k$	$iso_k$	x	$n_{iso_k} - 1$	lv, ebene, le , ls, $iso_{de}$
ikhx	$iso_k$	$iso_h$	x	1	lv, ebene, le , ls, $iso_{de}$
iko	$iso_k$	osh	y	$n_{iso_k}$	lv, ebene, le , ls, $iso_{de}$
ikz	$iso_k$	$iso_k$	z+	$n_{iso_k}$	lv, ebene, le , ls
ikb	$iso_k$	boden	z-	$n_{iso_k}$	lv
ihx	$iso_h$	$iso_h$	x	$n_{iso_h} - 1$	lv, ebene, le , ls, $iso_{de}$
iho	$iso_h$	osh	y	$n_{iso_h}$	lv, ebene, le , ls, $iso_{de}$
ihb	$iso_h$	boden	z-	$n_{iso_h}$	lv
ihz	$iso_h$	$iso_h$	z+	$n_{iso_h}$	lv, ebene, le , ls
oshk	oss	halle	x	$2 \cdot Y_{richtung}$	lv, ebene, le , ls, $iso_{de}$
ohh	osh	halle	y	$X_{richtung}$	lv, ebene, le , ls, $iso_{de}$
heizk	heiz	ober	r	$x_{richtung} \cdot Y_{richtung}$	ebene, le
ihex	$iso_{he}$	$iso_{he}$	x	$x_{richtung} - 1$	ebene, le , ls, $iso_{de}$

---

iheo	$iso_{he}$	oshe	y	$x_{richtung}$	ebene, le , ls, $iso_{de}$
ihez	$iso_{he}$	$iso_{he}$	z+	$x_{richtung}$	ebene, le , ls
ohch	oshe	halle	y	$x_{richtung}$	ebene, le , ls, $iso_{de}$
lsy	ls	ls	y	$x_{richtung} \cdot (y_{richtung} - 1)$	ls
lsx	ls	ls	x	$(x_{richtung} - 1) \cdot y_{richtung}$	ls
lsis	ls	$iso_s$	x	$2 \cdot y_{richtung}$	ls
lsik	ls	$iso_k$	y	$n_{iso_k}$	ls
lsih	ls	$iso_h$	y	$n_{iso_k}$	ls
lsihe	ls	$iso_{he}$	y	$x_{richtung}$	ls
lsz	ls	$iso_{de}$	z+	$x_{richtung} \cdot y_{richtung}$	ls
isd	$iso_s$	osd	z+	$2 \cdot y_{richtung}$	$iso_{de}$
ikd	$iso_k$	osd	z+	$n_{iso_k}$	$iso_{de}$
ihd	$iso_h$	osd	z+	$n_{iso_h}$	$iso_{de}$
ihed	$iso_{he}$	osd	z+	$x_{richtung}$	$iso_{de}$
idex	$iso_{de}$	$iso_{de}$	x	$(x_{richtung} - 1) \cdot y_{richtung}$	$iso_{de}$
idey	$iso_{de}$	$iso_{de}$	y	$x_{richtung} \cdot (y_{richtung} - 1)$	$iso_{de}$
ides	$iso_{de}$	$iso_s$	x	$2 \cdot y_{richtung}$	$iso_{de}$
idek	$iso_{de}$	$iso_k$	y	$n_{iso_k}$	$iso_{de}$
ideh	$iso_{de}$	$iso_h$	y	$n_{iso_h}$	$iso_{de}$
idehe	$iso_{de}$	$iso_{he}$	y	$x_{richtung}$	$iso_{de}$
ideo	$iso_{de}$	osd	z+	$x_{richtung} \cdot y_{richtung}$	$iso_{de}$
osdd	osd	decke	z+	$x_{richtung} \cdot y_{richtung}$ $+ 2 \cdot (x_{richtung} + y_{richtung})$	osd
ols	ober	ls	z+	$x_{richtung} \cdot y_{richtung}$	le
f1ls	fest1	ls	z+	$x_{richtung} \cdot y_{richtung}$	le
f2ls	fest2	ls	z+	$x_{richtung} \cdot y_{richtung}$	le
f3ls	fest3	ls	z+	$x_{richtung} \cdot y_{richtung}$	le

---

Tabelle 60: Bestimmung der Kantenzahl Fall 1

Kante	Start	Ende	Richtung	Berechnung	Ebenen
lsy	ls	ls	y	$x_{richtung} \cdot (y_{richtung} - 2)$	ls
lsx	ls	ls	x	$(x_{richtung} - 1) \cdot y_{richtung}$	ls
lsis	ls	$iso_s$	x	$2 \cdot (y_{richtung} - 1)$	ls
lsz	ls	$iso_{de}$	z+	$x_{richtung} \cdot (y_{richtung} - 1)$	ls
krx	kr	kr	x	$x_{richtung} - 1$	ls, $iso_{de}$
kry	kr	ls	y	$x_{richtung}$	ls
krz	kr	kr	z+	$x_{richtung}$	ls
kris	kr	$iso_s$	x	2	ls, $iso_{de}$
krihe	kr	$iso_{he}$	y	$x_{richtung}$	ls, $iso_{de}$
idex	$iso_{de}$	$iso_{de}$	x	$(x_{richtung} - 1) \cdot (y_{richtung} - 1)$	$iso_{de}$
idey	$iso_{de}$	$iso_{de}$	y	$x_{richtung} \cdot (y_{richtung} - 2)$	$iso_{de}$
ides	$iso_{de}$	$iso_s$	x	$2 \cdot (y_{richtung} - 1)$	$iso_{de}$
ideo	$iso_{de}$	osd	z+	$x_{richtung} \cdot (y_{richtung} - 1)$	$iso_{de}$
kride	kr	$iso_{de}$	y	$x_{richtung}$	$iso_{de}$
krosd	kr	osd	z+	$x_{richtung}$	$iso_{de}$
ols	ober	ls	z+	$x_{richtung} \cdot (y_{richtung} - 1)$	le
f1ls	fest1	ls	z+	$x_{richtung} \cdot (y_{richtung} - 1)$	le
f2ls	fest2	ls	z+	$x_{richtung} \cdot (y_{richtung} - 1)$	le
f3ls	fest3	ls	z+	$x_{richtung} \cdot (y_{richtung} - 1)$	le
okr	ober	kr	z+	$x_{richtung}$	le
f1kr	fest1	kr	z+	$x_{richtung}$	le
f2kr	fest2	kr	z+	$x_{richtung}$	le
f3kr	fest3	kr	z+	$x_{richtung}$	le

Tabelle 61: Einteilung der Knoten entsprechend Schicht

Schicht	Variable	Knoten
Luftverteiler	knoten_schicht_lv_matrix	ober, fest1, fest2, fest3, fluid, $iso_s, iso_k, iso_h,$ oss, osh, halle, boden, e
Ebene	knoten_schicht_ebene_matrix	ober, fest1, fest2, fest3, fluid, heiz, $iso_s, iso_k, iso_h, iso_{he},$ oss, osh, oshe, halle
Luftsammler ohne Kühlrippe	knoten_schicht_ls_matrix	$iso_s, iso_k, iso_h, iso_{he},$ oss, osh, oshe, ls, halle
Isolierung ohne Kühlrippe	knoten_schicht_iso_matrix	$iso_s, iso_k, iso_h, iso_{he},$ oss, osh, oshe, $iso_{de}$ , halle
Luftsammler mit Kühlrippe	knoten_schicht_ls_matrix	$iso_s, iso_k, iso_h, iso_{he},$ oss, osh, oshe, ls, kr, halle
Isolierung mit Kühlrippe	knoten_schicht_iso_matrix	$iso_s, iso_k, iso_h, iso_{he},$ oss, osh, oshe, $iso_{de}$ , kr, halle
Oberfläche	knoten_schicht_o_matrix	osd, decke

Tabelle 62: Einteilung der Kanten entsprechend Schicht

Schicht	Variable	Kanten
Luftverteiler	kanten_schicht_lv_matrix	r1, zo, zob, r2, z1, z1b, r3, z2, z2b, y, x, z3, z3b, is, ik, ih, e, fluid, isy, iso, isz, isb, ikx, ikhx, iko, ikz, ikb, ihx, iho, ihb, ihz, osh, ohh
Ebene	kanten_schicht_ebene_matrix	r1, zo, r2, z1, r3, z2, y, x, z3, is, ik, ih, ihe, fluid, isy, iso, isz, ikx, ikhx, iko, ikz, ihx, iho, ihz, osh, ohh, heiz, ihex, iheo, ihez, oheh
letzte Ebene ohne Kühlrippe	kanten_schicht_le_matrix	r1, r2, r3, y, x, is, ik, ih, ihe, fluid, isy, iso, isz, ikx, ikhx, iko, ikz, ihx, iho, ihz, osh, ohh, heiz, ihex, iheo, ihez, oheh, ols, f1ls, f2ls, f3ls
Luftsammler ohne Kühlrippe	kanten_schicht_ls_matrix	isy, iso, isz, ikx, ikhx, iko, ikz, ihx, iho, ihz, osh, ohh, heiz, ihex, iheo, ihez, oheh, lsy, lsx, lsis, lsik, lsih, lsihe, lsz
Isolierung ohne Kühlrippe	kanten_schicht_iso_matrix	isy, iso, ikx, ikhx, iko, ihx, iho, osh, ohh, ihex, iheo, oheh, isd, ikd, ihd, ihed, idex, idey, ides, idek, ideh, idehe, ideo
letzte Ebene mit Kühlrippe	kanten_schicht_le_matrix zusätzlich	okr, f1kr, f2kr, f3kr
Luftsammler mit Kühlrippe	kanten_schicht_ls_matrix zusätzlich	ohne lsihe krx, kry, krz, kris, krihe
Isolierung mit Kühlrippe	kanten_schicht_iso_matrix zusätzlich	ohne idehe krx, kris, krihe, kride, krosd
Oberfläche	kanten_schicht_osd_matrix	osdd

Tabelle 63: Inzidenzliste Fall 0

Kante	Anfangsknoten	Endknoten
r1	ober_matrix(:)	fest1_matrix(:)
zo	ober_matrix(1:end-einheiten)	ober_matrix(einheiten+1:end)
zob	ober_matrix(1:einheiten)	boden_matrix(:)
r2	fest1_matrix(:)	fest2_matrix(:)
z1	fest1_matrix(1:end-einheiten)	fest1_matrix(einheiten+1:end)
z1b	fest1_matrix(1:einheiten)	boden_matrix(:)
r3	fest2_matrix(:)	fest3_matrix(:)
z2	fest2_matrix(1:end-einheiten)	fest2_matrix(einheiten+1:end)
z2b	fest2_matrix(1:einheiten)	boden_matrix(:)
y	anfang_y_matrix	ende_y_matrix
x	anfang_x_matrix	ende_x_matrix
z3	fest3_matrix(1:end-einheiten)	fest3_matrix(einheiten+1:end)
z3b	fest3_matrix(1:einheiten)	boden_matrix(:)
is	fest3_matrix(randreihe)	iso_s_matrix(1:(ebenen+1)*2*y_richtung)
ik	fest3_matrix(kamin_knoten)	iso_k_matrix(1:n_iso_k*(ebenen+1))
ih	fest3_matrix(hintere_iso_h_knoten)	iso_h_matrix(1:n_iso_h*(ebenen+1))
ihe	fest3_matrix(vordere_reihe(x_richtung +1:end))	iso_he_matrix(1:x_richtung*ebenen)
ek	fest3_matrix(1:y_richtung :einheiten)	e_matrix(:)
fluidk	fluid_matrix(:)	ober_matrix(:)
isy	anfang_iso_s(:)	ende_iso_s(:)
iso	iso_s_matrix(:)	oss_matrix(:)

Tabelle 63: Inzidenzliste Fall 0 Fortsetzung

Kante	Anfangsknoten	Endknoten
isz	iso_s_matrix(1:end-2*y_richtung)	iso_s_matrix(2*y_richtung +1:end)
isb	iso_s_matrix(1:2*y_richtung)	boden_matrix(:)
ikx	anfang_iso_k(:)	ende_iso_k(:)
ikhx	iso_k_matrix(n_iso_k :n_iso_k :n_iso_k*(ebenen+3))	iso_h_matrix(1:n_iso_h :n_iso_h*(ebenen+3))
iko	iso_k_matrix(:)	osh_matrix(osh_k_knoten)
ikz	iso_k_matrix(1:end - n_iso_k)	iso_k_matrix(n_iso_k +1:end)
ikb	iso_k_matrix(1:n_iso_k)	boden_matrix(:)
ihx	anfang_iso_h(:)	ende_iso_h(:)
iho	iso_h_matrix(:)	osh_matrix(osh_h_knoten)
ihb	iso_h_matrix(1:n_iso_h)	boden_matrix(:)
ihz	iso_h_matrix(1:end- n_iso_h)	iso_h_matrix(n_iso_h +1 : end)
oshk	oss_matrix(:)	halle_hilfmatrix_y(:)
ohh	osh_matrix(:)	halle_hilfmatrix_x(:)
heizk	heiz_hilfmatrix(:)	ober_matrix(einheiten+1:end)
ihex	anfang_iso_he(:)	ende_iso_he(:)
iheo	iso_he_matrix(:)	oshe_matrix(:)
ihез	iso_he_matrix(1:end-x_richtung)	iso_he_matrix(x_richtung +1:end)
ohehe	oshe_matrix(:)	halle_hilfmatrix(:)
lsy	anfang_ls_matrix(:)	ende_ls_matrix(:)
lsx	ls_matrix(1:end -y_richtung)	ls_matrix(y_richtung +1 :end)

Tabelle 63: Inzidenzliste Fall 0 Fortsetzung

Kante	Anfangsknoten	Endknoten
l <sub>sis</sub>	ls_matrix(randreihe)	iso_s_matrix((ebenen+1)*2*y_richtung +1 : (ebenen+2)*2*y_richtung)
l <sub>sik</sub>	ls_matrix(y_richtung : y_richtung : n_iso_k *y_richtung))	iso_k_matrix((ebenen+1)*n_iso_k +1 : n_iso_k*(ebenen+1) +n_iso_k)
l <sub>sih</sub>	ls_matrix(y_richtung*(n_iso_k +1) : y_richtung : end)	iso_h_matrix((ebenen+1)*n_iso_h +1 : n_iso_h*(ebenen+1) +n_iso_h)
l <sub>sihe</sub>	ls_matrix(1:y_richtung:end)	iso_he_matrix(ebenen*x_richtung +1 : (ebenen+1)*x_richtung)
l <sub>sz</sub>	ls_matrix(:)	iso_de_matrix(:)
l <sub>isd</sub>	iso_s_matrix(end-2*y_richtung +1 :end)	osd_matrix(einheiten+1:einheiten+2*y_richtung)
l <sub>ikd</sub>	iso_k_matrix(end-n_iso_k +1:end)	osd_matrix(einheiten +2*y_richtung +1 : end - x_richtung - n_iso_h)
l <sub>ihd</sub>	iso_h_matrix(end - n_iso_h +1 :end)	osd_matrix(end-x_richtung - n_iso_h +1 :end - x_richtung)
l <sub>ihed</sub>	iso_he_matrix(end - x_richtung +1 :end)	osd_matrix(end - x_richtung +1:end)
l <sub>idex</sub>	iso_de_matrix(1:end - y_richtung)	iso_de_matrix(y_richtung +1 :end)
l <sub>idey</sub>	anfang_iso_de_matrix	ende_iso_de_matrix
l <sub>ides</sub>	iso_de_matrix(randreihe_iso_de)	iso_s_matrix(end-2*y_richtung+1:end)
l <sub>idek</sub>	iso_de_matrix(hintere_reihe_iso_de(1:n_iso_k))	iso_k_matrix(end -n_iso_k +1:end)
l <sub>ideh</sub>	iso_de_matrix(hintere_reihe_iso_de(n_iso_k+1:end))	iso_h_matrix(end-n_iso_h +1:end)
l <sub>idehe</sub>	iso_de_matrix(vordere_reihe_iso_de)	iso_he_matrix(end-x_richtung+1:end)
l <sub>ideo</sub>	iso_de_matrix(:)	osd_matrix(1:einheiten)

Tabelle 63: Inzidenzliste Fall 0 Fortsetzung

Kante	Anfangsknoten	Endknoten
osdd	osd_matrix(:)	decke_matrix(:)
ols	ober_matrix(end-einheiten+1:end)	ls_matrix(:)
f1ls	fest1_matrix(end-einheiten+1:end)	ls_matrix(:)
f2ls	fest2_matrix(end-einheiten+1:end)	ls_matrix(:)
f3ls	fest3_matrix(end-einheiten+1:end)	ls_matrix(:)

Tabelle 64: Inzidenzliste Fall 1

Kante	Anfangsknoten	Endknoten
lsx	ls_matrix(1:end -y_richtung_kr)	ls_matrix(y_richtung_kr +1 :end)
lsis	ls_matrix(randreihe)	iso_s_matrix_kr ((ebenen+1)*2*y_richtung +1 : (ebenen+1)*2*y_richtung + 2*y_richtung_kr)
lsik	ls_matrix(y_richtung_kr : y_richtung_kr : n_iso_k *y_richtung_kr)	iso_k_matrix((ebenen+1)*n_iso_k +1 : n_iso_k*(ebenen+1) +n_iso_k )
lsih	ls_matrix(y_richtung_kr*(n_iso_k +1) : y_richtung_kr : end)	iso_h_matrix((ebenen+1)*n_iso_h +1 : n_iso_h*(ebenen+1) +n_iso_h )
krx	kr_vorne_matrix(:)	kr_hinten_matrix(:)
kry	kr_matrix(1:x_richtung)	ls_matrix(1:y_richtung_kr:end)
krz	kr_matrix(1:x_richtung)	kr_matrix(x_richtung +1 :end)
kris	kr_matrix([1 x_richtung x_richtung+1 2*x_richtung])	iso_s_marix((ebenen+1)*2*y_richtung +1 : y_richtung:end)
krihe	kr_matrix(:)	iso_he_matrix(end-2*x_richtung +1 :end)
idex	iso_de_matrix(1:end -y_richtung_kr)	iso_de_matrix(y_richtung_kr +1 :end)
ides	iso_de_matrix(randreihe_iso_de)	iso_s_matrix_kr((ebenen+2)*2*y_richtung +1 : (ebenen+2)*2*y_richtung +1 + 2*y_richtung_kr)
idek	iso_de_matrix(y_richtung_kr:y_richtung_kr :n_iso_k*y_richtung_kr)	iso_k_matrix(end -n_iso_k+1:end)
ideh	iso_de_matrix(y_richtung_kr*(n_iso_k+1) :y_richtung_kr:end)	iso_h_matrix(end - n_iso_h+1 :end)
ideo	iso_de_matrix(:)	hintere_osd_matrix(:)

Tabelle 64: Inzidenzliste Fall 1 Fortsetzung

Kante	Anfangsknoten	Endknoten
krde	kr_matrix(end-x_richtung+1:end)	iso_de_matrix(1:y_richtung_kr:end)
krosd	kr_matrix(end-x_richtung+1:end)	osd_matrix(1:y_richtung:einheiten)
ols	hintere_ober_matrix(end-einheiten_kr+1:end)	ls_matrix(:)
f1ls	hintere_fest1_matrix(end-einheiten_kr+1:end)	ls_matrix(:)
f2ls	hintere_fest2_matrix(end-einheiten_kr+1:end)	ls_matrix(:)
f3ls	hintere_fest3_matrix(end-einheiten_kr+1:end)	ls_matrix(:)
okr	ober_matrix(vordere_reihe)	kr_matrix(1:x_richtung)
f1kr	fest1_matrix(vordere_reihe)	kr_matrix(1:x_richtung)
f2kr	fest2_matrix(vordere_reihe)	kr_matrix(1:x_richtung)
f3kr	fest3_matrix(vordere_reihe)	kr_matrix(1:x_richtung)